

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Моделирование информационных систем

Электронный учебно-методический комплекс
по дисциплине в LMS Moodle

САМАРА
2012

УДК 681.518.3

Автор-составитель: **Прохоров Сергей Антонович**

Моделирование информационных систем [Электронный ресурс]: электрон. учеб.-метод. комплекс по дисциплине в LMS Moodle / Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т); авт.-сост. С.А. Прохоров. - Электрон. текстовые и граф. дан. - Самара, 2012. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

В состав учебно-методического комплекса входят:

1. Курс лекций.
2. Задания на лабораторные работы.
3. Темы для подготовки к экзамену
4. Тесты для итогового контроля знаний.

УМКД «Моделирование информационных систем» предназначен для студентов факультета информатики, обучающихся по направлению подготовки магистров 230100.68 «Информатика и вычислительная техника» в 9 семестре.

УМКД разработан на кафедре информационных систем и технологий.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
(СГАУ)

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
по курсу
«Моделирование информационных систем»

Составитель: заведующий кафедрой информационных
систем и технологий,
д.т.н., профессор Прохоров С.А.

Самара 2012 г.

ТЕМА № 1. ПОНЯТИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ И ПРОЕКТИРОВАНИИ СИСТЕМ. АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Все то, на что направлена человеческая деятельность, называется *объектом* (лат. *objectum* — предмет). Выработка методологии направлена на упорядочение получения и обработки информации об объектах, которые существуют вне нашего сознания и взаимодействуют между собой и внешней средой.

В научных исследованиях большую роль играют *гипотезы*, т. е. определенные предсказания, основывающиеся на небольшом количестве опытных данных, наблюдений, догадок. Быстрая и полная проверка выдвигаемых гипотез может быть проведена в ходе специально поставленного эксперимента. При формулировании и проверке правильности гипотез большое значение в качестве метода суждения имеет аналогия.

Аналогией называют суждение о каком-либо частном сходстве. Двух объектов, причем такое сходство может быть существенным и несущественным. Необходимо отметить, что понятия существенности и несущественности сходства или различия объектов условны и относительны. Существенность сходства (различия) зависит от уровня абстрагирования и в общем случае определяется конечной целью проводимого исследования. Современная научная гипотеза создается, как правило, по аналогии с проверенными на практике научными положениями. Таким образом, аналогия связывает гипотезу с экспериментом.

Гипотезы и аналогии, отражающие реальный, объективно существующий мир, должны обладать наглядностью или сводиться к удобным для исследования логическим схемам; такие логические схемы, упрощающие рассуждения и логические построения или позволяющие проводить эксперименты, уточняющие природу явлений, называются *моделями*. Другими

словами, модель (лат. *modulus* — мера) — это объект-заместитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала.

Замещение одного объекта другим с целью получения информации о важнейших свойствах объекта-оригинала с помощью объекта-модели называется *моделированием*. Таким образом, моделирование может быть определено как представление объекта моделью для получения информации об этом объекте путем проведения экспериментов с его моделью. Теория замещения одних объектов (оригиналов) другими объектами (моделями) и исследования свойств объектов на их моделях называется *теорией моделирования*.

Если результаты моделирования подтверждаются и могут служить основой для прогнозирования процессов, протекающих в исследуемых объектах, то говорят, что модель адекватна объекту. При этом *адекватность* модели зависит от цели моделирования и принятых критериев.

Обобщенно моделирование можно определить как метод познания, при котором изучаемый объект-оригинал находится в некотором соответствии с другим объектом-моделью, причем модель способна в том или ином отношении замещать оригинал на некоторых стадиях познавательного процесса. Стадии познания, на которых происходит такая замена, а также формы соответствия модели и оригинала могут быть различными:

- 1) моделирование как познавательный процесс, содержащий переработку информации, поступающей из внешней среды, о происходящих в ней явлениях, в результате чего в сознании появляются образы, соответствующие объектам;

- 2) моделирование, заключающееся в построении некоторой системы-модели (второй системы), связанной определенными соотношениями подобия с системой-оригиналом (первой системой), причем в этом случае отображение одной системы в другую является средством выявления зависимостей между двумя системами, отраженными в соотношениях подобия, а не результатом непосредственного изучения поступающей информации.

При моделирование информационной системы необходимо учитывать следующие особенности: сложность структуры и стохастичность связей между элементами, неоднозначность алгоритмов поведения при различных условиях, большое количество параметров и переменных, неполноту и недетерминированность исходной информации, разнообразие и вероятностный характер воздействий внешней среды и т. д. Ограниченность возможностей экспериментального исследования больших систем делает актуальной разработку методики их моделирования, которая позволила бы в соответствующей форме представить процессы функционирования систем, описание протекания этих процессов с помощью математических моделей, получение результатов экспериментов с моделями по оценке характеристики исследуемых объектов. Причем на разных этапах создания и использования перечисленных систем для всего многообразия входящих в них подсистем применение метода моделирования преследует конкретные цели, а эффективность метода зависит от того, насколько грамотно разработчик использует возможности моделирования.

Независимо от разбиения конкретной сложной системы на подсистемы при проектировании каждой из них необходимо выполнить внешнее проектирование (*макропроектирование*) и внутреннее проектирование (*микропроектирование*). Так как на этих стадиях разработчик преследует различные цели, то и используемые при этом методы и средства моделирования могут существенно отличаться.

На стадии макропроектирования должна быть разработана обобщенная модель процесса функционирования сложной системы, позволяющая разработчику получить ответы на вопросы об эффективности различных стратегий управления объектом при его взаимодействии с внешней средой. Стадию внешнего проектирования можно разбить на анализ и синтез. При анализе изучают объект управления, строят модель воздействий внешней среды, определяют критерии оценки эффективности, имеющиеся ресурсы, необходимые ограничения. Конечная цель стадии анализа — построение

модели объекта управления для оценки его характеристик. При синтезе на этапе внешнего проектирования решаются задачи выбора стратегии управления на основе модели объекта моделирования, т. е. сложной системы.

На стадии микропроектирования разрабатывают модели с целью создания эффективных подсистем. Причем используемые методы и средства моделирования зависят от того, какие конкретно, обеспечивающие подсистемы разрабатываются: информационные, математические, технические, программные и т. д.

Выбор метода моделирования и необходимая детализация моделей существенно зависят от этапа разработки сложной системы. На этапах обследования объекта управления, например промышленного предприятия, а разработки технического задания на проектирование автоматизированной системы управления модели в основном носят описательный характер и преследуют цель наиболее полно представить в компактной форме информацию об объекте, необходимую разработчику системы.

На этапах разработки технического и рабочего проектов систем, модели отдельных подсистем детализируются, и моделирование служит для решения конкретных задач проектирования, т. е. выбора оптимального по определенному критерию при заданных ограничениях варианта из множества допустимых. Поэтому в основном на этих этапах проектирования сложных систем используются модели для целей синтеза.

Целевое назначение моделирования на этапе внедрения и эксплуатации сложных систем — это проигрывание возможных ситуаций для принятия обоснованных и перспективных решений по управлению объектом. Моделирование (имитацию) также широко применяют при обучении и тренировке персонала автоматизированных систем управления, вычислительных комплексов и сетей, информационных систем в различных сферах. В этом случае моделирование носит характер деловых игр. Модель, реализуемая обычно на ЭВМ, воспроизводит поведение управляемого объекта

и внешней среды, а люди в определенные моменты времени принимают решения по управлению объектом.

АСОИУ являются системами, которые развиваются по мере эволюции объекта управления, появления новых средств управления и т.д. Поэтому при прогнозировании развития сложных систем роль моделирования очень высока, так как это единственная возможность ответить на многочисленные вопросы о путях дальнейшего эффективного развития системы и выбора из них наиболее оптимального.

Ресурсы современной информационно-вычислительной техники дают возможность ставить и решать математические задачи такой сложности, которые не так давно казались нереализуемыми, например, моделирование больших систем.

Исторически первым сложился *аналитический подход* к исследованию систем, когда ЭВМ использовалась в качестве вычислителя по аналитическим зависимостям. Анализ характеристик процессов функционирования больших систем с помощью только аналитических методов исследования наталкивается обычно на значительные трудности, приводящие к необходимости существенного упрощения моделей либо на этапе их построения, либо в процессе работы с моделью, что может привести к получению недостоверных результатов.

Поэтому в настоящее время наряду с построением аналитических моделей большое внимание уделяется задачам оценки характеристик больших систем на основе *имитационных моделей*, реализованных на современных ЭВМ с высоким быстродействием и большим объемом оперативной памяти. Причем перспективность имитационного моделирования как метода исследования характеристик процесса функционирования больших систем возрастает с повышением быстродействия и оперативной памяти ЭВМ, с развитием математического обеспечения, совершенствованием банков данных и периферийных устройств для организации диалоговых систем моделирования. Это, в свою очередь, способствует появлению новых «чисто машинных»

методов решения задач исследования больших систем на основе организации имитационных экспериментов с их моделями. Причем ориентация на автоматизированные рабочие места на базе персональных ЭВМ для реализации экспериментов с имитационными моделями больших систем позволяет проводить не только анализ их характеристик, но и решать задачи структурного, алгоритмического и параметрического синтеза таких систем при заданных критериях оценки эффективности и ограничениях.

Достигнутые успехи в использовании средств вычислительной техники для целей моделирования часто создают иллюзию, что применение современной ЭВМ гарантирует возможность исследования системы любой сложности. При этом игнорируется тот факт, что в основу любой модели положено трудоемкое по затратам времени и материальных ресурсов предварительное изучение явлений, имеющих место в объекте-оригинале. И от того, насколько детально изучены реальные явления, насколько правильно проведена их формализация и алгоритмизация, зависит в конечном итоге успех моделирования конкретного объекта.

ТЕМА № 2. ПРИНЦИПЫ СИСТЕМНОГО И КЛАССИЧЕСКОГО ПОДХОДОВ В МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ. КЛАССИФИКАЦИЯ ВИДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

В настоящее время при анализе и синтезе сложных (больших) систем получил развитие системный подход, который отличается от классического (или индуктивного) подхода тем, что рассматривает систему путем перехода от частного к общему и синтезирует (конструирует) систему путем слияния ее компонент, разрабатываемых отдельно. В отличие от этого системный подход предполагает последовательный переход от общего к частному, когда в основе рассмотрения лежит цель, причем исследуемый объект выделяется из окружающей среды.

Введем следующие определения. Система S — целенаправленное множество взаимосвязанных элементов любой природы. Внешняя среда E — множество существующих вне системы элементов любой природы, оказывающих влияние на систему или находящихся под ее воздействием. В зависимости от цели исследования могут рассматриваться разные соотношения между самим объектом S и внешней средой E . В зависимости от уровня, на котором находится наблюдатель объект исследования может выделяться по-разному и могут иметь место различные взаимодействия этого объекта с внешней средой.

Сам объект непрерывно усложняется, и уже сейчас говорят об объекте исследования как о некоторой сложной системе, которая состоит из различных компонент, взаимосвязанных друг с другом. Поэтому, рассматривая системный подход как основу для построения больших систем и как базу создания методики их анализа и синтеза, прежде всего, необходимо определить само понятие системного подхода.

Системный подход — это элемент учения об общих законах развития природы и одно из выражений диалектического учения. Можно привести разные определения системного подхода, но наиболее правильно то, которое

позволяет оценить познавательную сущность этого подхода при таком методе исследования систем, как моделирование. Поэтому весьма важны выделение самой системы S и внешней среды E из объективно существующей реальности и описание системы исходя из общесистемных позиций.

При системном подходе к моделированию систем необходимо прежде всего четко определить цель моделирования. Поскольку невозможно полностью смоделировать реально функционирующую систему (систему-оригинал, или первую систему), создается модель (система-модель, или вторая система) под поставленную проблему. Таким образом, применительно к вопросам моделирования цель возникает из требуемых задач моделирования, что позволяет подойти к выбору критерия и оценить, какие элементы войдут в создаваемую модель M . Поэтому необходимо иметь критерий отбора отдельных элементов в создаваемую модель.

Важным для системного подхода является определение структуры системы — совокупности связей между элементами системы, отражающих их взаимодействие. Структура системы может изучаться извне с точки зрения состава отдельных подсистем и отношений между ними, а также изнутри, когда анализируются отдельные свойства, позволяющие системе достигать заданной цели, т. е. когда изучаются функции системы. В соответствии с этим наметился ряд подходов к исследованию структуры системы с ее свойствами, к которым следует отнести структурный и функциональный.

При структурном подходе выявляются состав выделенных элементов системы S и связи между ними. Совокупность элементов связей между ними позволяет судить о структуре системы. Последняя в зависимости от цели исследования может быть описана на разных уровнях рассмотрения. Наиболее общее описание структуры — это топологическое описание, позволяющее определить в самых общих понятиях составные части системы и хорошо формализуемое на базе теории графов.

Менее общим является функциональное описание, когда рассматриваются отдельные функции, т. е. алгоритмы поведения системы, и

реализуется функциональный подход, оценивающий функции которые выполняет система, причем под функцией понимается свойство, приводящее к достижению цели.

Следует отметить, что создаваемая модель M с точки зрения системного подхода также является системой, т. е. $S' = S'(M)$, и может рассматриваться по отношению к внешней среде E . Наиболее просты по представлению модели, в которых сохраняется прямая аналогия явления. Применяют также модели в которых нет прямой аналогии, а сохраняются лишь законы и общие закономерности поведения элементов системы S . Правильное понимание взаимосвязей как внутри самой модели M , так и взаимодействия ее с внешней средой E в значительной степени определяется тем, на каком уровне находится наблюдатель.

Простой подход к изучению взаимосвязей между отдельными частями модели предусматривает рассмотрение их как отражение связей между отдельными подсистемами объекта. Такой классический подход может быть использован при создании достаточно простых моделей. Процесс синтеза модели M на основе классического (индуктивного) подхода представлен на рис. 1 (а). Реальный объект, подлежащий моделированию, разбивается на отдельные подсистемы, т. е. выбираются исходные данные $Д$ для моделирования и ставятся цели $Ц$, отображающие отдельные стороны процесса моделирования. По отдельной совокупности исходных данных $Д$ ставится цель моделирования отдельной стороны функционирования системы, на базе этой цели формируется некоторая компонента $К$ будущей модели. Совокупность компонент объединяется в модель M .

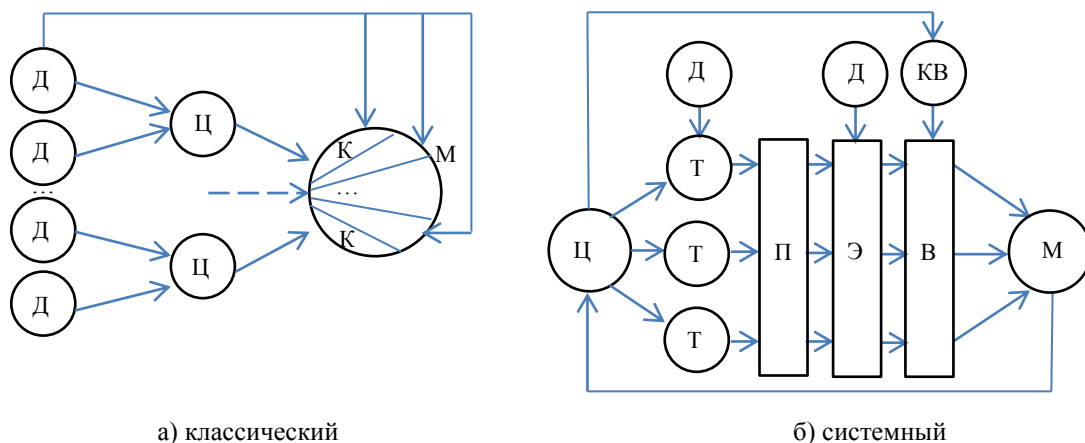


Рис. 1. Процесс синтеза модели на основе разных подходов

Таким образом, разработка модели M на базе классического подхода означает суммирование отдельных компонент в единую модель, причем каждая из компонент решает свои собственные задачи и изолирована от других частей модели. Поэтому классический подход может быть использован для реализации сравнительно простых моделей, в которых возможно разделение и взаимно независимое рассмотрение отдельных сторон функционирования реального объекта. Для модели сложного объекта такая разобщенность решаемых задач недопустима, так как приводит к значительным затратам ресурсов при реализации модели на базе конкретных программно-технических средств. Можно отметить две отличительные стороны классического подхода: наблюдается движение от частного к общему, создаваемая модель (система) образуется путем суммирования отдельных ее компонент и не учитывается возникновение нового системного эффекта.

Системный подход позволяет решить проблему построения сложной системы с учетом всех факторов и возможностей, пропорциональных их значимости, на всех этапах исследования системы S и построения модели M . Системный подход означает, что каждая система S является интегрированным целым даже тогда, когда она состоит из отдельных разобщенных подсистем. Таким образом, в основе системного подхода лежит рассмотрение системы как интегрированного целого, причем это рассмотрение при разработке начинается с главного — формулировки цели функционирования. Процесс синтеза модели M на базе системного подхода условно представлен на рис. 1 (б). На основе исходных данных D , которые известны из анализа внешней системы, тех ограничений, которые накладываются на систему сверху либо, исходя из возможностей ее реализации, и на основе цели функционирования формулируются исходные требования T к модели системы S . На базе этих требований формируются ориентировочно некоторые подсистемы P , элементы \mathcal{E} и осуществляется наиболее сложный этап синтеза — выбор V составляющих системы, для чего используются специальные критерии выбора KB .

При моделировании необходимо обеспечить максимальную эффективность модели системы. Эффективность обычно определяется как некоторая разность между какими-то показателями ценности результатов, полученных в итоге эксплуатации модели, и теми затратами, которые были вложены в ее разработку и создание.

В основе моделирования лежит теория подобия, которая утверждает, что абсолютное подобие может иметь место лишь при замене одного объекта другим точно таким же. При моделировании абсолютное подобие не имеет места и стремятся к тому, чтобы модель достаточно хорошо отображала исследуемую сторону функционирования объекта.

В качестве одного из первых признаков классификации видов моделирования можно выбрать степень полноты модели и разделить модели в соответствии с этим признаком на полные, неполные и приближенные. В основе полного моделирования лежит полное подобие, которое проявляется как во времени, так и в пространстве. Для неполного моделирования характерно неполное подобие модели изучаемому объекту. В основе приближенного моделирования лежит приближенное подобие, при котором некоторые стороны функционирования реального объекта не моделируются совсем. Классификация видов моделирования систем S приведена на рис. 2.

В зависимости от характера изучаемых процессов в системе S все виды моделирования могут быть разделены на детерминированные и стохастические, статические и динамические, дискретные, непрерывные и дискретно-непрерывные.

Детерминированное моделирование отображает детерминированные процессы, т. е. процессы, в которых предполагается отсутствие всяких случайных воздействий; *стохастическое* моделирование отображает вероятностные процессы и события. В этом случае анализируется ряд реализаций случайного процесса, и оцениваются средние характеристики, т. е. набор однородных реализаций.



Рис. 2. Классификация видов моделирования систем

Статическое моделирование служит для описания поведения объекта в какой-либо момент времени, а *динамическое* моделирование отражает поведение объекта во времени. *Дискретное* моделирование служит для описания процессов, которые предполагаются дискретными, соответственно *непрерывное* моделирование позволяет отразить непрерывные процессы в системах, а *дискретно-непрерывное* моделирование используется для случаев, когда хотят выделить наличие как дискретных, так и непрерывных процессов.

В зависимости от формы представления объекта (системы S) можно выделить мысленное и реальное моделирование.

Мысленное моделирование часто является единственным способом моделирования объектов, которые либо практически нереализуемы в заданном интервале времени, либо существуют вне условий, возможных для их физического создания. Например, на базе мысленного моделирования могут быть проанализированы многие ситуации микромира, которые не поддаются физическому эксперименту. Мысленное моделирование может быть реализовано в виде наглядного, символического и математического.

При *наглядном* моделировании на базе представлений человека о реальных объектах создаются различные наглядные модели, отображающие

явления и процессы, протекающие в объекте. В основу *гипотетического* моделирования исследователем закладывается некоторая гипотеза о закономерностях протекания процесса в реальном объекте, которая отражает уровень знаний исследователя об объекте и базируется на причинно-следственных связях между входом и выходом изучаемого объекта. Гипотетическое моделирование используется, когда знаний об объекте недостаточно для построения формальных моделей.

Аналоговое моделирование основывается на применении аналогий различных уровней. Наивысшим уровнем является полная аналогия, имеющая место только для достаточно простых объектов. С усложнением объекта используют аналогии последующих уровней, когда аналоговая модель отображает несколько либо только одну сторону функционирования объекта.

Существенное место при мысленном наглядном моделировании занимает *макетирование*. Мысленный макет может применяться в случаях, когда протекающие в реальном объекте процессы не поддаются физическому моделированию, либо может предшествовать проведению других видов моделирования. В основе построения мысленных макетов также лежат аналогии, однако обычно базирующиеся на причинно-следственных связях между явлениями и процессами в объекте. Если ввести условное обозначение отдельных понятий, т. е. знаки, а также определенные операции между этими знаками, то можно реализовать знаковое моделирование и с помощью знаков отображать набор понятий — составлять отдельные цепочки из слов и предложений. Используя операции объединения, пересечения и дополнения теории множеств, можно в отдельных символах дать описание какого-то реального объекта.

В основе *языкового* моделирования лежит некоторый тезаурус. Последний образуется из набора входящих понятий, причем этот набор должен быть фиксированным. Следует отметить, что между тезаурусом и обычным словарем имеются принципиальные различия. Тезаурус — словарь, который очищен от неоднозначности, т. е. в нем каждому слову может соответствовать

лишь единственное понятие, хотя в обычном словаре одному слову могут соответствовать несколько понятий.

Символическое моделирование представляет собой искусственный процесс создания логического объекта, который замещает реальный и выражает основные свойства его отношений с помощью определенной системы знаков или символов.

Для исследования характеристик процесса функционирования любой системы S математическими методами, включая и машинные, должна быть проведена формализация этого процесса, т. е. построена математическая модель.

Под *математическим* моделированием будем понимать процесс установления соответствия данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого математической моделью, и исследование этой модели, позволяющее получать характеристики рассматриваемого реального объекта. Вид математической модели зависит как от природы реального объекта, так и задач исследования объекта и требуемой достоверности и точности решения этой задачи. Любая математическая модель, как и всякая другая, описывает реальный объект лишь с некоторой степенью приближения к действительности. Математическое моделирование для исследования характеристик процесса функционирования систем можно разделить на аналитическое, имитационное и комбинированное.

Для *аналитического* моделирования характерно то, что процессы функционирования элементов системы записываются в виде некоторых функциональных соотношений (алгебраических, интегро-дифференциальных, конечно-разностных и т. п.) или логических условий. Аналитическая модель может быть исследована следующими методами:

а) аналитическим, когда стремятся получить в общем виде явные зависимости для искомых характеристик;

б) численным, когда, не умея решать уравнений в общем виде, стремятся получить числовые результаты при конкретных начальных данных;

в) качественным, когда, не имея решения в явном виде, можно найти некоторые свойства решения (например, оценить устойчивость решения).

Наиболее полное исследование процесса функционирования системы можно провести, если известны явные зависимости, связывающие искомые характеристики с начальными условиями, параметрами и переменными системы S . Однако такие зависимости удается получить только для сравнительно простых систем. При усложнении систем исследование их аналитическим методом наталкивается на значительные трудности, которые часто бывают непреодолимыми. Поэтому, желая использовать аналитический метод, в этом случае идут на существенное упрощение первоначальной модели, чтобы иметь возможность изучить хотя бы общие свойства системы. Такое исследование на упрощенной модели аналитическим методом помогает получить ориентировочные результаты для определения более точных оценок другими методами. Численный метод позволяет исследовать по сравнению с аналитическим методом более широкий класс систем, но при этом полученные решения носят частный характер. Численный метод особенно эффективен при использовании ЭВМ.

В отдельных случаях исследования системы могут удовлетворить и те выводы, которые можно сделать при использовании качественного метода анализа математической модели. Такие качественные методы широко используются, например, в теории автоматического управления для оценки эффективности различных вариантов систем управления.

В настоящее время распространены методы машинной реализации исследования характеристик процесса функционирования больших систем. Для реализации математической модели на ЭВМ необходимо построить соответствующий моделирующий алгоритм.

При *имитационном* моделировании реализующий модель алгоритм воспроизводит процесс функционирования системы S во времени, причем имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени, что

позволяет по исходным данным получить сведения о состояниях процесса в определенные моменты времени, дающие возможность оценить характеристики системы S.

Основным преимуществом имитационного моделирования по сравнению с аналитическим является возможность решения более сложных задач. Имитационные модели позволяют достаточно просто учитывать такие факторы, как наличие дискретных и непрерывных элементов, нелинейные характеристики элементов системы, многочисленные случайные воздействия и др., которые часто создают трудности при аналитических исследованиях. В настоящее время имитационное моделирование — наиболее эффективный метод исследования больших систем, а часто и единственный практически доступный метод получения информации о поведении системы, особенно на этапе ее проектирования.

Комбинированное (аналитико-имитационное) моделирование при анализе и синтезе систем позволяет объединить достоинства аналитического и имитационного моделирования. При построении комбинированных моделей проводится предварительная декомпозиция процесса функционирования объекта на составляющие под процессы и для тех из них, где это, возможно, используются аналитические модели, а для остальных процессов строятся имитационные модели. Такой комбинированный подход позволяет охватить качественно новые классы систем, которые не могут быть исследованы с использованием только аналитического и имитационного моделирования в отдельности.

При *реальном* моделировании используется возможность исследования различных характеристик либо на реальном объекте целиком, либо на его части. Такие исследования могут проводиться как на объектах, работающих в нормальных режимах, так и при организации специальных режимов для оценки интересующих исследователя характеристик (при других значениях переменных и параметров, в другом масштабе времени и т. д.). Реальное моделирование является наиболее адекватным, но при этом его возможности с

учетом особенностей реальных объектов ограничены. Например, проведение реального моделирования АСУ предприятием потребует, во-первых, создания такой АСУ, а во-вторых, проведения экспериментов с управляемым объектом, т. е. предприятием, что в большинстве случаев невозможно. Рассмотрим разновидности реального моделирования.

Натурным моделированием называют проведение исследования на реальном объекте с последующей обработкой результатов эксперимента на основе теории подобия. При функционировании объекта в соответствии с поставленной целью удастся выявить закономерности протекания реального процесса. Надо отметить, что такие разновидности натурного эксперимента, как производственный эксперимент и комплексные испытания, обладают высокой степенью достоверности.

С развитием техники и проникновением вглубь процессов, протекающих в реальных системах, возрастает техническая оснащенность современного *научного эксперимента*. Он характеризуется широким использованием средств автоматизации проведения, применением весьма разнообразных средств обработки информации, возможностью вмешательства человека в процесс проведения эксперимента, и в соответствии с этим появилось новое научное направление — автоматизация научных экспериментов.

Отличие эксперимента от реального протекания процесса заключается в том, что в нем могут появиться отдельные критические ситуации и определяться границы устойчивости процесса. В ходе эксперимента вводятся новые факторы и возмущающие воздействия в процессе функционирования объекта. Одна из разновидностей эксперимента — *комплексные испытания*, которые также можно отнести к натурному моделированию, когда вследствие повторения испытаний изделий выявляются общие закономерности о надежности этих изделий, о характеристиках качества и т.д. В этом случае моделирование осуществляется путем обработки и обобщения сведений, проходящих в группе однородных явлений. Наряду со специально организованными испытаниями возможна реализация натурного

моделирования путем обобщения опыта, накопленного в ходе производственного процесса, т. е. можно говорить о производственном эксперименте. Здесь на базе теории подобия обрабатывают статистический материал по производственному процессу и получают его обобщенные характеристики.

Другим видом реального моделирования является *физическое*, отличающееся от натурного тем, что исследование проводится на установках, которые сохраняют природу явлений и обладают физическим подобием. В процессе физического моделирования задаются некоторые характеристики внешней среды и исследуется поведение либо реального объекта, либо его модели при заданных или создаваемых искусственно воздействиях внешней среды. Физическое моделирование может протекать в реальном и нереальном (псевдореальном) масштабах времени, а также может рассматриваться без учета времени. В последнем случае изучению подлежат так называемые «замороженные» процессы, которые фиксируются в некоторый момент времени. Наибольшая сложность и интерес с точки зрения верности получаемых результатов представляет физическое моделирование в реальном масштабе времени.

С точки зрения математического описания объекта и в зависимости от его характера модели можно разделить на модели аналоговые (непрерывные), цифровые (дискретные) и аналого-цифровые (комбинированные). Под *аналоговой* моделью понимается модель, которая описывается уравнениями, связывающими непрерывные величины. Под *цифровой* понимают модель, которая описывается уравнениями, связывающими дискретные величины, представленные в цифровом виде. Под *аналого-цифровой* понимается модель, которая может быть описана уравнениями, связывающими непрерывные и дискретные величины.

ТЕМА № 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ. ФОРМАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА. ТИПОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ

Исходной информацией при построении математических моделей процессов функционирования систем служат данные о назначении и условиях работы исследуемой (проектируемой) системы S . Эта информация определяет основную цель моделирования системы S и позволяет сформулировать требования к разрабатываемой математической модели M . Причем уровень абстрагирования зависит от круга тех вопросов, на которые исследователь системы хочет получить ответ с помощью модели, и в какой-то степени определяет выбор математической, схемы.

Введение понятия «математическая схема» позволяет рассматривать математику не как метод расчета, а как метод мышления, как средство формулирования понятий, что является наиболее важным при переходе от словесного описания системы к формальному представлению процесса ее функционирования в виде некоторой математической модели (аналитической или имитационной). При пользовании математической схемой исследователя системы S в первую очередь должен интересовать вопрос об адекватности отображения в виде конкретных схем реальных процессов в исследуемой системе, а не возможность получения ответа (результата решения) на конкретный вопрос исследования.

Математическую схему можно определить как звено при переходе от содержательного к формальному описанию процесса функционирования системы с учетом воздействия внешней среды, т. е. имеет место цепочка «описательная модель — математическая схема — математическая [аналитическая или (и) имитационная] модель».

Каждая конкретная система характеризуется набором свойств, под которыми понимаются величины, отражающие поведение моделируемого объекта (реальной системы) и учитывающие условия ее функционирования во взаимо-

действии с внешней средой (системой) E . При построении математической модели системы необходимо решить вопрос об ее полноте. Полнота модели регулируется в основном выбором границы «система S —среда E ». Также должна быть решена задача упрощения модели, которая помогает выделить основные свойства системы, отбросив второстепенные. Причем отнесение свойств системы к основным или второстепенным существенно зависит от цели моделирования системы (например, анализ вероятностно-временных характеристик процесса функционирования системы, синтез структуры системы и т. д.).

Модель объекта моделирования, т. е. системы S , можно представить в виде множества величин, описывающих процесс функционирования реальной системы и образующих в общем случае следующие подмножества:

совокупность *входных воздействий* на систему $x_i \in X, i = \overline{1, n_x}$

совокупность *воздействий внешней среды* $v_i \in V, i = \overline{1, n_v}$

совокупность *внутренних (собственных) параметров системы*
 $h_k \in H, k = \overline{1, n_H}$

совокупность *выходных характеристик системы* $y_j \in Y, j = \overline{1, n_y}$

При этом в перечисленных подмножествах можно выделить управляемые и неуправляемые переменные. В общем случае x_i, v_i, h_k, y_j являются элементами непересекающихся подмножеств и содержат как детерминированные, так и стохастические составляющие.

При моделировании системы S входные воздействия, воздействия внешней среды E и внутренние параметры системы являются независимыми (экзогенными) переменными, которые в векторной форме имеют соответственно вид

$$\vec{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n_x}(t)), \vec{v}(t) = (v_1(t), v_2(t), \dots, v_{n_v}(t)), \vec{h}(t) = (h_1(t), h_2(t), \dots, h_{n_H}(t)),$$

а выходные характеристики системы являются зависимыми (эндогенными) переменными и в векторной форме имеют вид

$$\vec{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_{n_y}(t)).$$

Процесс функционирования системы S описывается во времени оператором F_s , который в общем случае преобразует экзогенные переменные в эндогенные в соответствии с соотношениями вида

$$\vec{y}(t) = F_s(\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t). \quad (1)$$

Совокупность зависимостей выходных характеристик системы от времени $y_j(t)$ для всех видов $j = \overline{1, n_y}$ называется выходной траекторией. Зависимость (1) называется законом функционирования системы S и обозначается F_s . В общем случае закон функционирования системы F_s может быть задан в виде функции, функционала, логических условий, в алгоритмической и табличной формах или в виде словесного правила соответствия.

Весьма важным для описания и исследования системы S является понятие алгоритма функционирования A_s , под которым понимается метод получения выходных характеристик с учетом входных воздействий $\vec{x}(t)$, воздействий внешней среды $\vec{v}(t)$ и собственных параметров системы $\vec{h}(t)$. Очевидно, что один и тот же закон функционирования F_s системы S может быть реализован различными способами, т. е. с помощью множества различных алгоритмов функционирования A_s .

Соотношения (1) являются математическим описанием поведения объекта (системы) моделирования во времени t , т. е. отражают его динамические свойства. Поэтому математические модели такого вида принято называть динамическими моделями (системами).

Для статических моделей математическая модель (1) представляет собой отображение между двумя подмножествами свойств моделируемого объекта Y и $\{X, V, H\}$, что в векторной форме может быть записано как

$$\vec{y} = f(\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}). \quad (2)$$

Соотношения (1) и (2) могут быть заданы различными способами: аналитически (с помощью формул), графически, таблично и т.д. Такие соотношения в ряде случаев могут быть получены через свойства системы S в конкрет-

ные моменты времени, называемые состояниями. Состояние системы S характеризуется векторами

$$\vec{z}' = (z_1', z_2', \dots, z_k'), \quad \vec{z}'' = (z_1'', z_2'', \dots, z_k''),$$

где $z_1' = z_1(t')$, $z_2' = z_2(t')$, ..., $z_k' = z_k(t')$ в момент $t' \in (t_0, T)$;

$$z_1'' = z_1(t''), z_2'' = z_2(t''), \dots, z_k'' = z_k(t'') \text{ в момент } t'' \in (t_0, T); \quad k = \overline{1, n_Z}.$$

Если рассматривать процесс функционирования системы S как последовательную смену состояний $z_1(t)$, $z_2(t)$, ..., $z_k(t)$, то они могут быть интерпретированы как координаты точки в k – мерном фазовом пространстве, причем каждой реализации процесса будет соответствовать некоторая фазовая траектория. Совокупность всех возможных значений состояний называется пространством состояний объекта моделирования Z , при этом $z_k \in Z$.

Состояния системы S в момент времени $t_0 < t^* \leq T$ полностью определяются

$$\text{начальными условиями } \vec{z}^0 = (z_1^0, z_2^0, \dots, z_k^0),$$

где $z_1^0 = z_1(t_0)$, $z_2^0 = z_2(t_0)$, ..., $z_k^0 = z_k(t_0)$,

входными воздействиями $x(t)$,

внутренними параметрами $h(t)$ и

воздействиями внешней среды $v(t)$,

которые имели место за промежуток времени $t^* - t_0$, с помощью двух векторных уравнений

$$\vec{z}(t) = \Phi(\vec{z}^0, \vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t); \quad (3)$$

$$\vec{y}(t) = F(\vec{z}, t). \quad (4)$$

Первое уравнение по начальному состоянию z^0 и экзогенным переменным x, v, h определяет вектор-функцию $z(t)$, а второе по полученному значению состояний $z(t)$ — эндогенные переменные на выходе системы $y(t)$. Таким образом, цепочка уравнений объекта «вход — состояния — выход» позволяет определить характеристики системы

$$\vec{y}(t) = F\left[\Phi(\vec{z}^0, \vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t)\right]. \quad (5)$$

Таким образом, под математической моделью объекта (реальной системы) понимают конечное подмножество переменных $\{x(t), u(t), h(t)\}$ вместе с математическими связями между ними и характеристиками $y(t)$.

Если математическое описание объекта моделирования не содержит элементов случайности или они не учитываются, т. е. если можно считать, что в этом случае стохастические воздействия внешней среды $u(t)$ и стохастические внутренние параметры $h(t)$ отсутствуют, то модель называется детерминированной в том смысле, что характеристики однозначно определяются детерминированными входными воздействиями

$$\vec{y}(t) = f(\vec{x}, t) \quad (6)$$

Очевидно, что детерминированная модель является частным случаем стохастической модели.

Приведенные математические соотношения представляют собой математические схемы общего вида и позволяют описать широкий класс систем. Однако в практике моделирования объектов в области системотехники и системного анализа на первоначальных этапах исследования системы рациональнее использовать типовые математические схемы: дифференциальные уравнения, конечные и вероятностные автоматы, системы массового обслуживания, сети Петри и т. д.

Не обладая такой степенью общности, как рассмотренные модели, типовые математические схемы имеют преимущества простоты и наглядности, но при существенном сужении возможностей применения. В качестве детерминированных моделей, когда при исследовании случайные факторы не учитываются, для представления систем, функционирующих в непрерывном времени, используются дифференциальные, интегральные, интегро-дифференциальные и другие уравнения, а для представления систем, функционирующих в дискретном времени, — конечные автоматы и конечно-разностные схемы. В качестве стохастических моделей (при учете случайных факторов) для представления систем с дискретным временем используются вероятностные автоматы, а для

представления системы с непрерывным временем — системы массового обслуживания и т. д.

Перечисленные типовые математические схемы, естественно, не могут претендовать на возможность описания на их базе всех процессов, происходящих в больших информационно-управляющих системах. Для таких систем в ряде случаев более перспективным является применение агрегативных моделей. Агрегативные модели (системы) позволяют описать широкий круг объектов исследования с отображением системного характера этих объектов. Именно при агрегативном описании сложный объект (система) расчленяется на конечное число частей (подсистем), сохраняя при этом связи, обеспечивающие взаимодействие частей.

Таким образом, при построении математических моделей процессов функционирования систем можно выделить следующие основные подходы:

- непрерывно-детерминированный (например, дифференциальные уравнения);
- дискретно-детерминированный (конечные автоматы);
- дискретно-стохастический (вероятностные автоматы);
- непрерывно-стохастический (системы массового обслуживания);
- обобщенный, или универсальный (агрегативные системы).

ТЕМА № 4. НЕПРЕРЫВНО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ (D-СХЕМЫ). ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И ВОЗМОЖНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Рассмотрим особенности непрерывно-детерминированного подхода на примере использования в качестве математических моделей дифференциальных уравнений. *Дифференциальными уравнениями* называются такие уравнения, в которых неизвестными будут функции одной или нескольких переменных, причем в уравнение входят не только функции, но и их производные различных порядков. Если неизвестные — функции многих переменных, то уравнения называются *уравнениями в частных производных*, в противном случае при рассмотрении функции только одной независимой переменной уравнения называются *обыкновенными дифференциальными уравнениями*.

Обычно в таких математических моделях в качестве независимой переменной, от которой зависят неизвестные искомые функции, служит время t . Тогда математическое соотношение для детерминированных систем (6) в общем виде будет

$$\vec{y}' = \vec{f}(\vec{y}, t); \vec{y}(t_0) = \vec{y}_0, \quad (7)$$

где $\vec{y}' = d\vec{y}/dt$, $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ и $\vec{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ — n -мерные векторы; $\vec{f}(\vec{y}, t)$ — непрерывная вектор-функция, определенная на $(n+1)$ -мерном множестве.

Так как математические схемы такого вида отражают динамику изучаемой системы, т. е. ее поведение во времени, то они называются *D-схемами* (англ. dynamic).

В простейшем случае обыкновенное дифференциальное уравнение имеет вид

$$y' = f(y, t). \quad (8)$$

Наиболее важно для системотехники приложение *D-схем* в качестве математического аппарата в теории автоматического управления. Для иллюстрации особенностей построения и применения *D-схем* рассмотрим простейший пример формализации процесса функционирования двух элементарных систем

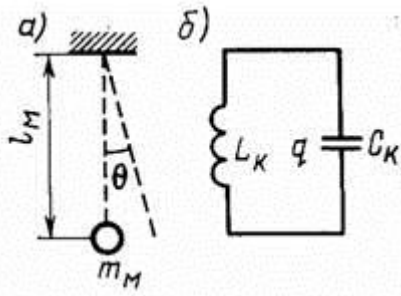


Рис. 3. Элементарные системы

различной физической природы: механической (колебания маятника, рис. 3 (а)) и электрической (колебательный контур, рис. 3 (б)).

Процесс малых колебаний маятника и процесс в электрическом колебательном контуре описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями (см. рис. 3)

$$m_M l_M^2 \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + m_M g l_M \theta(t) = 0,$$

$$L_K \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + \frac{1}{C_K} q(t) = 0.$$

Введя соответствующие обозначения в приведенных уравнениях, получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее поведение этой замкнутой системы

$$h_0 \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + h_1 \frac{dz(t)}{dt} + h_2 z(t) = 0, \quad (9)$$

где h_0 , h_1 , h_2 — параметры системы; $z(t)$ — состояние системы в момент времени t .

Таким образом, поведение этих двух объектов может быть исследовано на основе общей математической модели (9). Кроме того, необходимо отметить, что поведение одной из систем может быть проанализировано с помощью другой. Например, поведение маятника может быть изучено с помощью электрического колебательного контура.

Если изучаемая система S , т. е. маятник или контур, взаимодействует с внешней средой E , то появляется входное воздействие $x(t)$ (внешняя сила для маятника и источник энергии для контура) и непрерывно-детерминированная модель такой системы будет иметь вид

$$h_0 \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + h_1 \frac{dz(t)}{dt} + h_2 z(t) = x(t).$$

С точки зрения общей схемы математической модели $x(t)$ является входным воздействием, а состояние системы S в данном случае можно рассмат-

ривать как выходную ; характеристику, т. е. полагать, что выходная переменная совпадает с состоянием системы в данный момент времени $y = z$.

При решении задач системотехники важное значение имеют проблемы управления большими системами. Следует обратить внимание на системы автоматического управления — частный случай динамических систем, описываемых *D-схемами* и выделенных в отдельный класс моделей в силу их практической специфики.

Описывая процессы автоматического управления, придерживаются обычно представления реального объекта в виде двух систем: управляющей и управляемой (объекта управления). Структура многомерной системы автоматического управления общего вида представлена на рис. 4, где обозначены

эндогенные переменные:

$x(t)$ — вектор входных (задающих) воздействий;

$v(t)$ — вектор возмущающих воздействий;

$h'(t)$ — вектор сигналов ошибки;

$h''(t)$ — вектор управляющих воздействий;

экзогенные переменные:

$z(t)$ — вектор состояний системы S ;

$y(t)$ — вектор выходных переменных, обычно $y(t) = z(t)$.

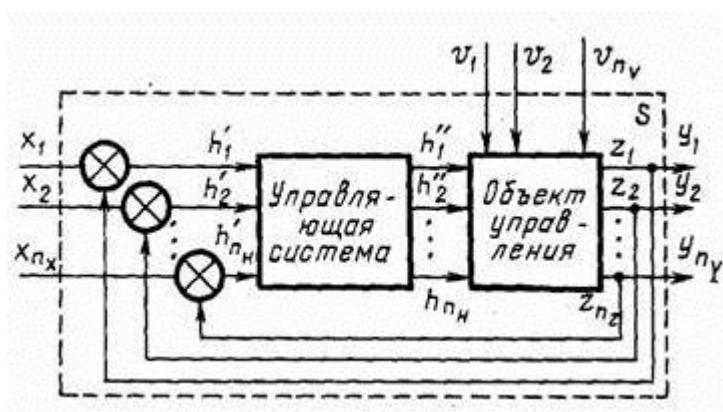


Рис. 4. Структура системы автоматического управления

Современная управляющая система — это совокупность программно-технических средств, обеспечивающих достижение объектом управления опре-

деленной цели. Насколько точно объект управления достигает заданной цели, можно судить для одномерной системы по координате состояния $y(t)$. Разность между заданным $y_{зад}(t)$ и действительным $y(t)$ законами изменения управляемой величины есть ошибка управления $h'(t) = y_{зад}(t) - y(t)$. Если предписанный закон изменения управляемой величины соответствует закону изменения входного (задающего) воздействия, т. е. $x(t) = y_{зад}(t)$, то $h'(t) = x(t) - y(t)$.

Системы, для которых ошибки управления $h'(t) = 0$ во все моменты времени, называются *идеальными*. На практике реализация идеальных систем невозможна. Таким образом, ошибка $h'(t)$ — необходимый субстрат автоматического управления, основанного на принципе отрицательной обратной связи, так как для приведения в соответствие выходной переменной $y(t)$ ее заданному значению используется информация об отклонении между ними. Задачей системы автоматического управления является изменение переменной $y(t)$ согласно заданному закону с определенной точностью (с допустимой ошибкой). При проектировании и эксплуатации систем автоматического управления необходимо выбрать такие параметры системы S , которые обеспечили бы требуемую точность управления, а также устойчивость системы в переходном процессе.

Если система устойчива, то представляют практический интерес поведение системы во времени, максимальное отклонение регулируемой переменной $y(t)$ в переходном процессе, время переходного процесса и т.п. Выводы о свойствах систем автоматического управления различных классов можно сделать по виду дифференциальных уравнений, приближенно описывающих процессы в системах. Порядок дифференциального уравнения и значения его коэффициентов полностью определяются статическими и динамическими параметрами системы S .

ТЕМА № 5. ДИСКРЕТНО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ (F-СХЕМЫ). ДИСКРЕТНО-СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ (P-СХЕМЫ). ОСНОВНЫЕ СОТНОШЕНИЯ И ВОЗМОЖНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Особенности **дискретно-детерминированного подхода** на этапе формализации процесса функционирования систем рассмотрим на примере использования в качестве математического аппарата теории автоматов. Теория автоматов — это раздел теоретической кибернетики, в котором изучаются математические модели — автоматы. На основе этой теории система представляется в виде автомата, перерабатывающего дискретную информацию и меняющего свои внутренние состояния лишь в допустимые моменты времени. Понятие «автомат» варьируется в зависимости от характера конкретно изучаемых систем, от принятого уровня абстракции и целесообразной степени общности.

Автомат можно представить как некоторое устройство (черный ящик), на которое подаются входные сигналы и снимаются выходные и которое может иметь некоторые внутренние состояния. *Конечным автоматом* называется автомат, у которого множество внутренних состояний и входных сигналов (а, следовательно, и множество выходных сигналов) являются конечными множествами.

Абстрактно конечный автомат (англ. finite automata) можно представить как математическую схему (*F-схему*), характеризующуюся шестью элементами: конечным множеством X входных сигналов (входным алфавитом); конечным множеством Y выходных сигналов (выходным алфавитом); конечным множеством Z внутренних состояний (внутренним алфавитом или алфавитом состояний); начальным состоянием $z_0 \in Z$; функцией переходов $\varphi(z, x)$; функцией выходов $\psi(z, x)$. Автомат, задаваемый *F-схемой*

$$F = \langle Z, X, Y, \varphi, \psi, z_0 \rangle,$$

— функционирует в дискретном автоматном времени, моментами которого являются такты, т.е., примыкающие друг к другу равные интервалы времени, каждому из которых соответствуют постоянные значения входного и вы-

ходного сигналов и внутренние состояния. Обозначим состояние, а также входной и выходной сигналы, соответствующие t -му такту при $t=0, 1, 2, \dots$, через $z(t), x(t), y(t)$. При этом $z(0)=z_0, z(t) \in Z, x(t) \in X, y(t) \in Y$.

Абстрактный конечный автомат имеет один входной и один выходной каналы. В каждый момент $t = 0, 1, 2, \dots$ дискретного времени F -автомат находится в определенном состоянии $z(t)$, в начальный момент времени $t=0$ он всегда находится в начальном состоянии $z(0)=z_0$. В момент t , будучи в состоянии $z(t)$, автомат способен воспринять на входном канале сигнал $x(t) \in X$ и выдать на выходном канале сигнал $y(t)=\psi[z(t), x(t)]$, переходя в состояние $z(t+1)=\phi[z(t), x(t)]$, $z(t) \in Z, y(t) \in Y$.

Абстрактный конечный автомат реализует некоторое отображение множества слов входного алфавита X на множество слов выходного алфавита Y . Другими словами, если на вход конечного автомата, установленного в начальное состояние z_0 , подавать в некоторой последовательности буквы входного алфавита $x(0), x(1), x(2), \dots$, т. е. входное слово, то на выходе автомата будут последовательно появляться буквы выходного алфавита $y(0), y(1), y(2), \dots$, образуя выходное слово.

Таким образом, работа конечного автомата происходит по следующей схеме: в каждом t -м такте на вход автомата, находящегося в состоянии $z(t)$, подается некоторый сигнал $x(t)$, на который он реагирует переходом в $(t+1)$ -м такте в новое состояние $z(t+1)$ и выдачей некоторого выходного сигнала. Сказанное выше можно описать следующими уравнениями: для F -автомата 1-ого рода, называемого также *автоматом Мили*,

$$z(t+1)=\phi[z(t), x(t)], t=0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

$$y(t)=\psi[z(t), x(t)], t=0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

для автомата 2-ого рода

$$z(t+1)=\phi[z(t), x(t)], t=0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

$$y(t)=\psi[z(t), x(t-1)], t=1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

Автомат 2-ого рода, для которого

$$y(t) = \psi[z(t)], t = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

т. е. функция выходов не зависит от входной переменной $x(t)$, называется *автоматом Мура*.

Таким образом, уравнения (10) — (14), полностью задающие F-автомат, являются частным случаем уравнений (3) – (4), когда система S детерминированная и на ее единственный вход поступает дискретный сигнал X .

По числу состояний различают конечные автоматы *с памятью* и *без памяти*. Автоматы с памятью имеют более одного состояния, а автоматы без — обладают лишь одним состоянием.

По характеру отсчета дискретного времени конечные автоматы делятся на *синхронные* и *асинхронные*. В синхронных *F-автоматах* моменты времени, в которые автомат «считывает» входные сигналы, определяются принудительно синхронизирующими сигналами. После очередного синхронизирующего сигнала с учетом «считанного» и в соответствии с уравнениями (10) — (14) происходит переход в новое состояние и выдача сигнала на выходе, после чего автомат может воспринимать следующее значение входного сигнала. Таким образом, реакция автомата на каждое значение входного сигнала заканчивается за один такт, длительность которого определяется интервалом между соседними синхронизирующими сигналами. Асинхронный *F-автомат* считывает входной сигнал непрерывно, и поэтому, реагируя на достаточно длинный входной сигнал постоянной величины x , он может несколько раз изменять состояние, выдавая соответствующее число выходных сигналов, пока не перейдет в устойчивое, которое уже не может быть изменено данным входным сигналом.

Чтобы задать конечный *F-автомат*, необходимо описать все элементы множества $F = \langle Z, X, Y, \varphi, \psi, z_0 \rangle$, т. е. входной, внутренний и выходной алфавиты, а также функции переходов и выходов, причем среди множества состояний необходимо выделить состояние z_0 , в котором автомат находился в момент времени $t=0$. Существует несколько способов задания работы *F-автоматов*, но наиболее часто используются табличный, графический и матричный.

Простейший табличный способ задания конечного автомата основан на использовании таблиц переходов и выходов, строки которых соответствуют входным сигналам автомата, а столбцы — его состояниям. При этом обычно первый слева столбец соответствует начальному состоянию z_0 . На пересечении i -й строки и k -го столбца таблицы переходов помещается соответствующее значение $\varphi(z_k, x_i)$ функции переходов, а в таблице выходов — соответствующее значение $\psi(z_k, x_i)$ функции выходов. Для *F-автомата* Мура обе таблицы можно совместить, получив так называемую отмеченную таблицу переходов, в которой над каждым состоянием z_k автомата, обозначающим столбец таблицы, стоит соответствующий этому состоянию, согласно (14), выходной сигнал $\psi(z_k)$.

Описание работы *F-автомата* Мили таблицами переходов φ и выходов ψ иллюстрируется табл. 1, а описание *F-автомата* Мура — таблицей переходов (табл. 2).

Табл. 1. Описание работы *F-автомата* Мили

x_i	z_k			
	z_0	z_1	...	z_k
Переходы				
x_1	$\varphi(z_0, x_1)$	$\varphi(z_1, x_1)$...	$\varphi(z_k, x_1)$
x_2	$\varphi(z_0, x_2)$	$\varphi(z_1, x_2)$
...	$\varphi(z_k, x_2)$
x_l	$\varphi(z_0, x_l)$	$\varphi(z_1, x_l)$...	$\varphi(z_k, x_l)$
Выходы				
x_1	$\psi(z_0, x_1)$	$\psi(z_1, x_1)$...	$\psi(z_k, x_1)$
x_2	$\psi(z_0, x_2)$	$\psi(z_1, x_2)$...	$\psi(z_k, x_2)$
...
x_l	$\psi(z_0, x_l)$	$\psi(z_1, x_l)$...	$\psi(z_k, x_l)$

Табл. 2. Описание работы *F-автомата* Мура

x_i	$\psi(z_k)$			
	$\psi(z_0)$	$\psi(z_1)$...	$\psi(z_k)$
	z_0	z_1	...	z_k
x_1	$\varphi(z_0, x_1)$	$\varphi(z_1, x_1)$...	$\varphi(z_k, x_1)$
x_2	$\varphi(z_0, x_2)$	$\varphi(z_1, x_2)$...	$\varphi(z_k, x_2)$
...
x_l	$\varphi(z_0, x_l)$	$\varphi(z_1, x_l)$...	$\varphi(z_k, x_l)$

Пример. *F-автомат* Мили F_1 с тремя состояниями, двумя входными и двумя выходными сигналами приведен в табл. 3, а *F-автомат* Мура F_2 — в табл. 4.

Табл. 3. *F-автомат* Мили F_1

x_1	x_2		
	x_0	x_1	x_2
Переходы			
x_1	x_2	x_0	x_0
x_2	x_0	x_2	x_1
Выходы			
x_1	y_1	y_1	y_2
x_2	y_1	y_2	y_1

Табл. 4. *F-автомат* Мура F_2

x_1	y				
	y_1	y_1	y_2	y_2	y_3
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	x_1	x_4	x_4	x_2	x_2
x_2	x_3	x_1	x_1	x_0	x_0

При другом способе задания конечного автомата используется понятие направленного графа. Граф автомата представляет собой набор вершин, соответствующих различным состояниям автомата и соединяющих вершины дуг графа, соответствующих тем или иным переходам автомата. Если входной сигнал x_k вызывает переход из состояния z_i , в состояние z_j , то на графе автомата дуга, соединяющая вершину z_i с вершиной z_j обозначается x_k . Для того, чтобы задать функцию выходов, дуги графа необходимо отметить соответствующими выходными сигналами. Для автоматов Мили эта разметка производится так: если входной сигнал x_k действует на состояние z_i , то, согласно сказанному, получается дуга, исходящая из z_i и помеченная x_k ; эту дугу дополнительно отмечают выходным сигналом $y = \psi(z_i, x_k)$. Для автомата Мура аналогичная разметка графа такова: если входной сигнал x_k , действуя на некоторое состояние автомата, вызывает переход в состояние z_j , то дугу, направленную в z_j и помеченную x_k , дополнительно отмечают выходным сигналом $y = \psi(z_j, x_k)$.

На рис. 4 приведены заданные ранее таблицами F -автоматы Мили F_1 (а) и Мура F_2 (б) соответственно.

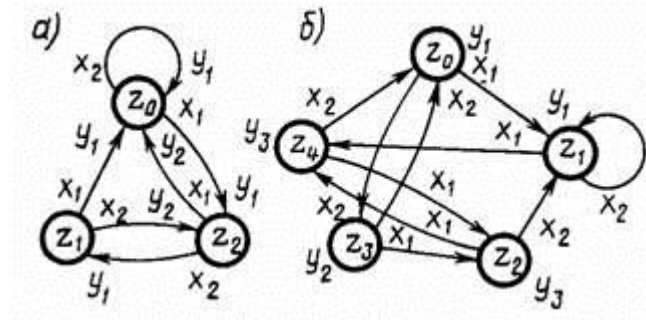


Рис. 4. F -автоматы Мили и Мура соответственно

При решении задач моделирования систем часто более удобной формой является матричное задание конечного автомата. При этом матрица соединений автомата есть квадратная матрица $C = \|c_{ij}\|$, строки которой соответствуют исходным состояниям, а столбцы – состояниям перехода. Элемент $c_{ij} = \frac{x_k}{y_s}$, стоящий на пересечении i -й строки и j -го столбца, в случае автомата Мили соответствует входному сигналу x_k , вызывающему переход из состояния z_i в состояние z_j , и выходному сигналу y_s , выдаваемому при этом переходе. Если переход из состояния z_i в состояние z_j происходит под действием нескольких сигналов, элемент матрицы c_{ij} представляет собой множество пар «вход-выход» для этого перехода, соединенных знаком дизъюнкции.

Для F -автомата Мура элемент c_{ij} равен множеству входных сигналов на переходе z_i и z_j , а выход описывается вектором выходов $\vec{y} = \|\psi(z_0), \psi(z_1), \dots, \psi(z_k)\|$.

Необходимо отметить, что вообще на практике автоматы всегда являются асинхронными, а устойчивость их состояний обеспечивается, например, введением сигналов синхронизации. Однако на уровне абстрактной теории, когда конечный автомат выступает в виде математической схемы для формализации конкретных объектов без учета ряда второстепенных особенностей, удобным оказывается оперировать с синхронными конечными автоматами.

Таким образом, понятие F -автомата в дискретно-детерминированном подходе к исследованию на моделях свойств объектов является математической

абстракцией, удобной для описания широкого класса процессов функционирования реальных объектов в автоматизированных системах обработки информации и управления. В качестве таких объектов в первую очередь следует назвать элементы и узлы ЭВМ, устройства контроля, регулирования и управления, системы временной и пространственной коммутации в технике обмена информацией и т. д. Для всех перечисленных объектов характерно наличие дискретных состояний и дискретный характер работы во времени, т. е. их описание с помощью *F-схем* является эффективным. Но широта их применения не означает универсальности этих математических схем. Например, этот подход непригоден для описания процессов принятия решений, процессов в динамических системах с наличием переходных процессов и стохастических элементов.

Рассмотрим особенности построения математических схем при **дискретно-стохастическом** подходе к формализации процесса функционирования исследуемой системы *S*. Так как сущность дискретизации времени при этом подходе остается аналогичной конечным автоматам, то влияние фактора стохастичности проследим также на разновидности таких автоматов, а именно на вероятностных (стохастических) автоматах.

В общем виде *вероятностный автомат* (англ. probabilistic automat) можно определить как дискретный потактный преобразователь информации с памятью, функционирование которого в каждом такте зависит только от состояния памяти в нем и может быть описано статистически.

Применение схем вероятностных автоматов (*P-схем*) имеет важное значение для разработки методов проектирования дискретных систем, проявляющих статистически закономерное случайное поведение, для выяснения алгоритмических возможностей таких систем и обоснования границ целесообразности их использования, а также для решения задач синтеза по выбранному критерию дискретных стохастических систем, удовлетворяющих заданным ограничениям.

Введем математическое понятие *P-автомата*, используя понятия, введенные для *F-автомата*. Рассмотрим множество G , элементами которого являются всевозможные пары (x_i, z_s) . Если существуют две такие функции φ и ψ , то с их помощью осуществляются отображения $G \rightarrow Z$ и $G \rightarrow Y$, то говорят, что $F = \langle Z, X, Y, \varphi, \psi \rangle$ определяет автомат детерминированного типа.

Введем в рассмотрение более общую математическую схему. Пусть Φ — множество всевозможных пар вида (z_k, y_j) . Потребуем, чтобы любой элемент множества G индуцировал на множестве Φ некоторый закон распределения с вероятностями b_{kj} перехода автомата в состояние z_k и появления на выходе y_j , если он находился в состоянии z_s и на его вход поступил сигнал x_i . При этом справедливо $\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J b_{kj} = 1$.

Число таких распределений равно числу элементов множества G . Обозначим множество этих таблиц через B . Тогда четверка элементов $F = \langle Z, X, Y, B \rangle$ называется вероятностным автоматом (*P-автоматом*).

Пусть элементы множества G индуцируют некоторые законы распределения на подмножествах Y и Z , для которых $\sum_{k=1}^K z_k = 1$ и $\sum_{k=1}^J q_k = 1$,

где z_k, q_k — вероятности перехода *P-автомата* в состояние z_k и появления выходного сигнала y_k при условии, что *P-автомат* находился в состоянии z_s и на его вход поступил входной сигнал x_i .

Если для всех k и j имеет место соотношение $q_k z_j = b_{kj}$, то такой *P-автомат* называется *вероятностным автоматом Мили*. Это требование означает выполнение условия независимости распределений для нового состояния *P-автомата* и его выходного сигнала.

Пусть теперь определение выходного сигнала *P-автомата* зависит лишь от того состояния, в котором находится автомат в данном такте работы. Другими словами, пусть каждый элемент выходного подмножества Y индуци-

рует распределение вероятностей выходов, для которых $\sum_{i=1}^I s_i = 1$, s_i — вероятность появления выходного сигнала y_i при условии, что автомат находился в состоянии z_k .

Если для всех k и i имеет место соотношение $z_k s_i = b_{ki}$, то такой P -автомат называется *вероятностным автоматом Мура*. Понятие P -автоматов Мили и Мура введено по аналогии с детерминированным F -автоматом, задаваемым $F = \langle Z, X, Y, \varphi, \psi \rangle$. Частным случаем P -автомата, задаваемого как $F = \langle Z, X, Y, B \rangle$, являются автоматы, у которых либо переход в новое состояние, либо выходной сигнал определяются детерминировано. Если выходной сигнал P -автомата определяется детерминировано, то такой автомат называется *Y -детерминированным вероятностным автоматом*. Аналогично, *Z -детерминированным вероятностным автоматом* называется P -автомат, у которого выбор нового состояния является детерминированным.

ТЕМА № 6. НЕПРЕРЫВНО-СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ (Q-СХЕМЫ). СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ (N-СХЕМЫ). КОМБИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ (А-СХЕМЫ). ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И ВОЗМОЖНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Особенности **непрерывно-стохастического** подхода рассмотрим на примере использования в качестве типовых математических схем *систем массового обслуживания* (англ. *queuing system*), которые будем называть *Q-схемами*. Системы массового обслуживания представляют собой класс математических схем, разработанных в теории массового обслуживания и различных приложениях для формализации процессов функционирования систем, которые по своей сути являются процессами обслуживания.

В качестве процесса обслуживания могут быть представлены различные по своей физической природе процессы функционирования экономических, производственных, технических и других систем, например потоки поставок продукции некоторому предприятию, потоки деталей и комплектующих изделий на сборочном конвейере цеха, заявки на обработку информации ЭВМ от удаленных терминалов и т. д. При этом характерным для работы таких объектов является случайное появление заявок (требований) на обслуживание и завершение обслуживания в случайные моменты времени, т. е. стохастический характер процесса их функционирования. Остановимся на основных понятиях массового обслуживания, необходимых для использования *Q-схем*, как при аналитическом, так и при имитационном моделировании.

В любом элементарном акте обслуживания можно выделить две основные составляющие: ожидание обслуживания заявкой и собственно обслуживание заявки. Это можно изобразить в виде некоторого i -го прибора обслуживания Π_i (рис. 5), состоящего из накопителя заявок H_i , в котором может одновременно находиться

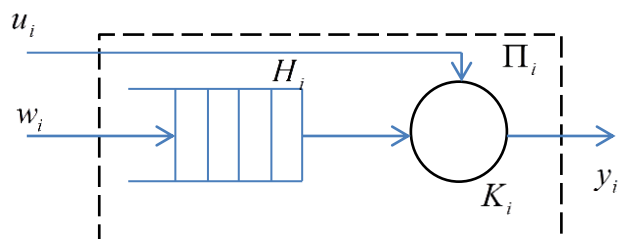


Рис. 5. Прибор обслуживания заявок

$l_i = 0, \overline{L_i^H}$ заявок, где L_i^H — емкость i -го накопителя, и канала обслуживания заявок (или просто канала) K_i . На каждый элемент прибора обслуживания Π_i поступают потоки событий: в накопитель H_i — поток заявок w_i на канал K_i — поток обслуживания.

Потоком событий называется последовательность событий, происходящих одно за другим в какие-то случайные моменты времени. Различают потоки однородных и неоднородных событий. Поток событий называется *однородным*, если он характеризуется только моментами поступления этих событий (вызывающими моментами) и задается последовательностью $\{t_n\} = \{0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n \leq \dots\}$, где t_n — момент наступления n -го события — неотрицательное вещественное число. Однородный поток событий также может быть задан в виде последовательности промежутков времени между n -м и $(n-1)$ -м событиями $\{\tau_n\}$, которая однозначно связана с последовательностью вызывающих моментов $\{t_n\}$, где $\tau_n = t_n - t_{n-1}, n \geq 1, t_0 = 0$, т. е. $\tau_1 = t_1$.

Потоком неоднородных событий называется последовательность $\{t_n, f_n\}$, где t_n — вызывающие моменты; f_n — набор признаков события. Например, применительно к процессу обслуживания для неоднородного потока заявок могут быть заданы принадлежность к тому или иному источнику заявок, наличие приоритета, возможность обслуживания тем или иным типом канала и т. п.

Обычно в приложениях при моделировании различных систем применительно к элементарному каналу обслуживания K_i можно считать, что поток заявок $w_i \in W$, т. е. интервалы времени между моментами появления заявок (вызывающие моменты) на входе K_i образует подмножество неуправляемых переменных, а поток обслуживания $u_i \in U$, т. е. интервалы времени между началом и окончанием обслуживания заявки, образует подмножество управляемых переменных.

Заявки, обслуженные каналом K_i и заявки, покинувшие прибор Π_i по различным причинам необслуженными (например, из-за переполнения накопи-

теля Π_i), образуют выходной поток $y_i \in Y$, т. е. интервалы времени между моментами выхода заявок образуют подмножество выходных переменных.

Процесс функционирования прибора обслуживания Π_i можно представить как процесс изменения состояний его элементов во времени $z_i(t)$. Переход в новое состояние для Π_i означает изменение количества заявок, которые в нем находятся (в канале K_i и в накопителе H_i). Таким образом, вектор состояний для Π_i имеет вид $\vec{z}_i = (z_i^H, z_i^K)$, где z_i^H — состояние накопителя H_i ($z_i^H = 0$ — накопитель пуст, $z_i^H = 1$ — в накопителе имеется одна заявка, $z_i^H = L_i^H$ — накопитель полностью заполнен); L_i^H — емкость накопителя H_i , измеряемая числом заявок, которые в нем могут поместиться; z_i^K — состояние канала K_i ($z_i^K = 0$ — канал свободен, $z_i^K = 1$ — канал занят и т.д.).

В практике моделирования систем, имеющих более сложные структурные связи и алгоритмы поведения, для формализации используются не отдельные приборы обслуживания, а Q -схемы, образуемые композицией многих элементарных приборов обслуживания Π_i (сети массового обслуживания). Если каналы K_i различных приборов обслуживания соединены параллельно, то имеет место многоканальное обслуживание (многоканальная Q -схема), а если приборы Π_i и их параллельные композиции соединены последовательно, то имеет место многофазное обслуживание (многофазная Q -схема). Таким образом, для задания Q -схемы необходимо использовать оператор сопряжения R , отражающий взаимосвязь элементов структуры (каналов и накопителей) между собой.

Связи между элементами Q -схемы изображают в виде стрелок (линий потока, отражающих направление движения заявок). Различают разомкнутые и замкнутые Q -схемы. В разомкнутой Q -схеме выходной поток обслуженных заявок не может снова поступить на какой-либо элемент, т. е. обратная связь отсутствует, а в замкнутых Q -схемах имеются обратные связи, по которым заявки двигаются в направлении, обратном движению вход-выход.

Неоднородность заявок, отражающая процесс в той или иной реальной системе, учитывается с помощью введения классов приоритетов. В зависимости

от динамики приоритетов в Q -схемах различают статические и динамические приоритеты. Статические приоритеты назначаются заранее и не зависят от состояний Q -схемы, т. е. они являются фиксированными в пределах решения конкретной задачи моделирования. Динамические приоритеты возникают при моделировании в зависимости от возникающих ситуаций. Исходя из правил выбора заявок из накопителя на обслуживание каналом K_i , можно выделить относительные и абсолютные приоритеты. *Относительный приоритет* означает, что заявка с более высоким приоритетом, поступившая в накопитель H_i ожидает окончания обслуживания предшествующей заявки каналом K_i и только после этого занимает канал. *Абсолютный приоритет* означает, что заявка с более высоким приоритетом, поступившая в накопитель H_i , прерывает обслуживание каналом K_i , заявки с более низким приоритетом и сама занимает канал (при этом вытесненная из K_i заявка может либо покинуть систему, либо может быть снова записана на какое-то место в H_i).

При рассмотрении алгоритмов функционирования приборов обслуживания Π_i (каналов K_i и накопителей H_i) необходимо также задать набор правил, по которым заявки покидают H_i и K_i . Кроме того, для заявок необходимо задать правила, по которым они остаются в канале K_i или не допускаются до обслуживания каналом K_i т. е. правила блокировок канала. При этом различают блокировки K_i по выходу и по входу. Такие блокировки отражают наличие управляющих связей в Q -схеме, регулирующих поток заявок в зависимости от состояний Q -схемы. Весь набор возможных алгоритмов поведения заявок в Q -схеме можно представить в виде некоторого оператора алгоритмов поведения заявок A .

Таким образом, Q -схема, описывающая процесс функционирования системы массового обслуживания любой сложности, однозначно задается в виде

$$Q = \langle W, U, H, Z, R, A \rangle.$$

В практике моделирования объектов часто приходится решать задачи, связанные с формализованным описанием и анализом причинно-следственных

связей в сложных системах, где одновременно параллельно протекает несколько процессов. Самым распространенным в настоящее время формализмом, описывающим структуру и взаимодействие параллельных систем и процессов, являются сети Петри (англ. Petri Nets).

Теория сетей Петри развивается в нескольких направлениях: разработка математических основ, структурная теория сетей, различные приложения (параллельное программирование, дискретные динамические системы и т. д.).

Формально сеть Петри (*N-схема*) задается четверкой вида

$$N = \langle B, D, I, O \rangle,$$

где B — конечное множество символов, называемых позициями, $B \neq \emptyset$; D — конечное множество символов, называемых переходами, $D \neq \emptyset$, $B \cap D \neq \emptyset$; I — входная функция (прямая функция инцидентности), $I: B \times D \rightarrow \{0, 1\}$; O — выходная функция (обратная функция инцидентности), $O: D \times B \rightarrow \{0, 1\}$. Таким образом, входная функция отображает переход d_j в множество входных позиций $b_i \in I(d_j)$, а выходная функция O отображает переход d_j в множество выходных позиций $b_i \in O(d_j)$. Для каждого перехода $d_j \in D$ можно определить множество входных позиций перехода $I(d_j)$ и выходных позиций перехода $O(d_j)$ как

$$\begin{aligned} I(d_j) &= \{b_i \in B \mid I(b_i, d_j) = 1\}, \\ O(d_j) &= \{b_i \in B \mid O(d_j, b_i) = 1\}, \\ i &= \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; n = |B|, m = |D|. \end{aligned}$$

Аналогично, для каждого перехода $b_i \in B$ вводятся определения множества входных переходов позиции $I(b_i)$ и множества выходных переходов позиции $O(b_i)$:

$$\begin{aligned} I(b_i) &= \{d_j \in D \mid I(d_j, b_i) = 1\}, \\ O(b_i) &= \{d_j \in D \mid O(b_i, d_j) = 1\}, \\ i &= \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; n = |B|, m = |D|. \end{aligned}$$

Графически *N-схема* изображается в виде двудольного ориентированного мультиграфа, представляющего собой совокупность позиций и переходов *N-схемы* (рис. 6). Как видно из этого рисунка, граф *N-схемы* имеет два типа узлов: позиции и переходы, изображаемые 0 и 1 соответственно. Ориентировочные дуги соединяют позиции и переходы, причем каждая дуга направлена от элемента одного множества (позиции или перехода) к элементу другого множества (переходу или позиции). Граф *N-схемы* является мультиграфом, так как он допускает существование кратных дуг от одной вершины к другой.

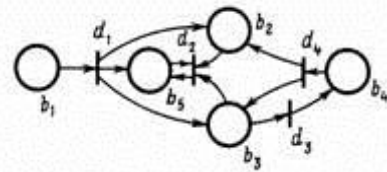


Рис. 6. Графическое изображение *N-схемы*

Приведенное представление *N-схемы* может использоваться только для отражения статики моделируемой системы (взаимосвязи событий и условий), но не позволяет отразить в модели динамику функционирования моделируемой системы. Для представления динамических свойств объекта вводится функция маркировки (разметки) $M: B \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$. Маркировка M есть присвоение неким абстрактных объектов, называемых метками (фишками), позициям *N-схемы*, причем количество меток, соответствующее каждой позиции, может меняться. При графическом задании *N-схемы* разметка отображается помещением внутри вершин-позиций соответствующего числа точек (когда количество точек велико, ставят цифры).

Маркированная (размеченная) *N-схема* может быть описана в виде

$$N = \langle B, D, I, O, M \rangle.$$

Функционирование *N-схемы* отражается путем перехода от разметки к разметке. Начальная разметка обозначается как $M_0: B \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$. Смена разметок происходит в результате срабатывания одного из переходов $d_j \in D$ сети. Необходимым условием срабатывания перехода d_j является $b_i \in I(d_j) \{M(b_i) \geq 1\}$, где $M(b_i)$ — разметка позиции b_i . Переход d_j , для которого выполняется указанное условие, определяется как находящийся в состоянии готовности к срабатыванию или как возбужденный переход.

Срабатывание перехода d_j изменяет разметку сети $M(b) = (M(b_1), M(b_2), \dots, M(b_n))$ на разметку $M'(b)$ по следующему правилу:

$$M'(b) = M(b) - I(d_j) + O(d_j),$$

т. е. переход d_j изымает по одной метке из каждой своей входной позиции и добавляет по одной метке в каждую из выходных позиций. Для изображения смены разметки M на M' применяют обозначение $M \xrightarrow{d_j} M'$.

Таким образом, N -схема выполняется путем запусков переходов под управлением количества меток и их распределения в сети. Переход запускается удалением меток из его входных позиций и образованием новых меток, помещаемых в выходные позиции. Переход может запускаться только тогда, когда он разрешен. Переход называется *разрешенным*, если каждая из его входных позиций имеет число меток, по крайней мере равное числу дуг из позиции в переход.

Важной особенностью моделей процесса функционирования систем с использованием типовых N -схем является простота построения иерархических конструкций модели. С одной стороны, каждая N -схема может рассматриваться как макропереход или макропозиция модели более высокого уровня. С другой стороны, переход, или позиция N -схемы, может детализироваться в форме отдельной подсети для более углубленного исследования процессов в моделируемой системе. Отсюда вытекает возможность эффективного использования N -схем для моделирования параллельных и конкурирующих процессов в различных системах.

Наиболее известным общим подходом к формальному описанию процессов функционирования систем является подход, предложенный *Н. П. Бусленко*. Этот подход позволяет описывать поведение непрерывных и дискретных, детерминированных и стохастических систем, т.е. по сравнению с рассмотренными является обобщенным (универсальным) и базируется на понятии

агрегативной системы (от англ. aggregate system), представляющей собой формальную схему общего вида, которую будем называть *А-схемой*

Анализ существующих средств моделирования систем и задач, решаемых с помощью метода моделирования на ЭВМ, неизбежно приводит к выводу, что комплексное решение проблем, возникающих в процессе создания и машинной реализации модели, возможно лишь в случае, если моделирующие системы имеют в своей основе единую формальную математическую схему, т. е. *А-схему*. Такая схема должна одновременно выполнять несколько функций:

- являться адекватным математическим описанием объекта моделирования, т. е. системы S ;
- служить основой для построения алгоритмов и программ при машинной реализации модели M ;
- позволять в упрощенном варианте проводить аналитические исследования.

При агрегативном описании сложный объект (система) разбивается на конечное число частей (подсистем), сохраняя при этом связи, обеспечивающие их взаимодействие. Если некоторые из полученных подсистем оказываются в свою очередь еще достаточно сложными, то процесс их разбиения продолжается до тех пор, пока не образуются подсистемы, которые в условиях рассматриваемой задачи моделирования могут считаться удобными для математического описания. В результате такой декомпозиции сложная система представляется в виде многоуровневой конструкции из взаимосвязанных элементов, объединенных в подсистемы различных уровней.

В качестве элемента *А-схемы* выступает агрегат, а связь между агрегатами (внутри системы S и с внешней средой E) осуществляется с помощью оператора сопряжения R . Очевидно, что агрегат сам может рассматриваться как *А-схема*, т. е. может разбиваться на элементы (агрегаты) следующего уровня.

Любой агрегат характеризуется следующими множествами: моментов времени T , входных X и выходных Y сигналов, состояний Z в каждый момент

времени t . Состояние агрегата в момент времени $t \in T$ обозначается как $z(t) \in Z$, а входные и выходные сигналы — как $x(t) \in X$ и $y(t) \in Y$ соответственно.

Будем полагать, что переход агрегата из состояния $z(t_1)$ в состояние $z(t_2) \neq z(t_1)$ происходит за малый интервал времени, т. е. имеет место скачок δz . Переходы агрегата из состояния в состояние определяются собственными (внутренними) параметрами самого агрегата $h(t) \in H$ и входными сигналами $x(t) \in X$.

В начальный момент времени t_0 состояния z имеют значения, равные z^0 , т.е. $z^0 = z(t_0)$, задаваемые законом распределения процесса $z(t)$ в момент времени t_0 , а именно $L[z(t_0)]$. Предположим, что процесс функционирования агрегата в случае воздействия входного сигнала x_n описывается случайным оператором V . Тогда в момент поступления в агрегат $t_n \in T$ входного сигнала x_n можно определить состояние

$$z(t_n + 0) = V[t_n, z(t_n), x_n].$$

Если интервал времени (t_n, t_{n+1}) не содержит ни одного момента поступления сигналов, то для $t \in (t_n, t_{n+1})$ состояние агрегата определяется случайным оператором U в соответствии с соотношением

$$z(t) = U[t, t_n, z(t_n + 0)].$$

Совокупность случайных операторов V и U рассматривается как оператор переходов агрегата в новые состояния. При этом процесс функционирования агрегата состоит из скачков состояний δz в моменты поступления входных сигналов x (оператор V) и изменений состояний между этими моментами t_n и t_{n+1} (оператор U). На оператор U не накладывается никаких ограничений, поэтому допустимы скачки состояний δz в моменты времени, не являющиеся моментами поступления входных сигналов x . В дальнейшем моменты скачков δz будем называть особыми моментами времени t_δ , а состояния $z(t_\delta)$ — особыми состояниями A -схемы. Для описания скачков состояний δz в особые моменты

времени будем использовать случайный оператор W , представляющий собой частный случай оператора U , т. е.

$$z(t_\delta + 0) = W[t_\delta, z(t_\delta)].$$

Во множестве состояний Z выделяется такое подмножество $Z^{(y)}$, что если $z(t_\delta)$ достигает $Z^{(y)}$, то это состояние является моментом выдачи выходного сигнала, определяемого оператором выходов

$$y = G[t_\delta, z(t_\delta)].$$

Таким образом, под *агрегатом* будем понимать любой объект, определяемый упорядоченной совокупностью рассмотренных множеств $T, X, Y, Z, Z^{(y)}, H$ и случайных операторов V, U, W, G .

Последовательность входных сигналов, расположенных в порядке их поступления в A -схему, будем называть *входным сообщением* или x -*сообщением*. Последовательность выходных сигналов, упорядоченную относительно времени выдачи, назовем *выходным сообщением* или y -*сообщением*.

Существует класс больших систем, которые ввиду их сложности не могут быть формализованы в виде математических схем одиночных агрегатов, поэтому их формализуют некоторой конструкцией из отдельных агрегатов A_n $n = \overline{1, N_A}$, которую назовем агрегативной системой или A -*схемой*. Для описания некоторой реальной системы S в виде A -*схемы* необходимо иметь описание как отдельных агрегатов A_n так и связей между ними.

ТЕМА № 7. МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ. ТРЕБОВАНИЯ К МОДЕЛИ. ЭТАПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Сущность машинного моделирования системы состоит в проведении на вычислительной машине эксперимента с моделью, которая представляет собой некоторый программный комплекс, описывающий формально и (или) алгоритмически поведение элементов системы S в процессе ее функционирования, т. е. в их взаимодействии друг с другом и внешней средой E . Машинное моделирование с успехом применяют в тех случаях, когда трудно четко сформулировать критерий оценки качества функционирования системы и цель ее не поддается полной формализации, поскольку позволяет сочетать программно-технические возможности ЭВМ со способностями человека мыслить неформальными категориями.

Требования пользователя к модели. Основные требования, предъявляемые к модели M процесса функционирования системы S , приведены ниже.

1. Полнота модели должна предоставлять пользователю возможность получения необходимого набора оценок характеристик системы с требуемой точностью и достоверностью.
2. Гибкость модели должна давать возможность воспроизведения различных ситуаций при варьировании структуры, алгоритмов и параметров системы.
3. Длительность разработки и реализации модели большой системы должна быть по возможности минимальной при учете ограничений на имеющиеся ресурсы.
4. Структура модели должна быть блочной, т. е. допускать возможность замены, добавления и исключения некоторых частей без переделки всей модели.
5. Информационное обеспечение должно предоставлять возможность эффективной работы модели с базой данных систем определенного класса.

6. Программные и технические средства должны обеспечивать эффективную (по быстродействию и памяти) машинную реализацию модели и удобное общение с ней пользователя.

7. Должно быть реализовано проведение целенаправленных (планируемых) машинных экспериментов с моделью системы с использованием аналитико-имитационного подхода при наличии ограниченных вычислительных ресурсов.

С учетом этих требований рассмотрим основные положения, которые справедливы при моделировании на ЭВМ систем S , а также их подсистем и элементов. При машинном моделировании системы S характеристики процесса ее функционирования определяются на основе модели M , построенной исходя из имеющейся исходной информации об объекте моделирования. При получении новой информации об объекте его модель пересматривается и уточняется с учетом новой информации, т.е. процесс моделирования, включая разработку и машинную реализацию модели, является итерационным. Этот итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет получена модель M , которую можно считать адекватной в рамках решения поставленной задачи исследования и проектирования системы S .

Моделирование систем с помощью ЭВМ можно использовать в следующих случаях:

а) для исследования системы S до того, как она спроектирована, с целью определения чувствительности характеристики к изменениям структуры, алгоритмов и параметров объекта моделирования и внешней среды;

б) на этапе проектирования системы S для анализа и синтеза различных вариантов системы и выбора среди конкурирующих такого варианта, который удовлетворял бы заданному критерию оценки эффективности системы при принятых ограничениях;

в) после завершения проектирования и внедрения системы, т. е. при ее эксплуатации, для получения информации, дополняющей результаты натурных

испытаний (эксплуатации) реальной системы, и для получения прогнозов эволюции (развития) системы во времени.

Существуют общие положения, применяемые ко всем перечисленным случаям машинного моделирования. Даже в тех случаях, когда конкретные способы моделирования отличаются друг от друга и имеются различные модификации моделей, например в области машинной реализации моделирующих алгоритмов с использованием конкретных программно-технических средств, в практике моделирования систем можно сформулировать общие принципы, которые могут быть положены в основу методологии машинного моделирования.

Этапы моделирования систем. Рассмотрим основные этапы моделирования системы S , к числу которых относятся:

- построение концептуальной модели системы и ее формализация;
- алгоритмизация модели системы и ее машинная реализация;
- получение и интерпретация результатов моделирования системы.

Взаимосвязь перечисленных этапов моделирования систем и их составляющих (подэтапов) может быть представлена в виде сетевого графика, показанного на рис. 7.

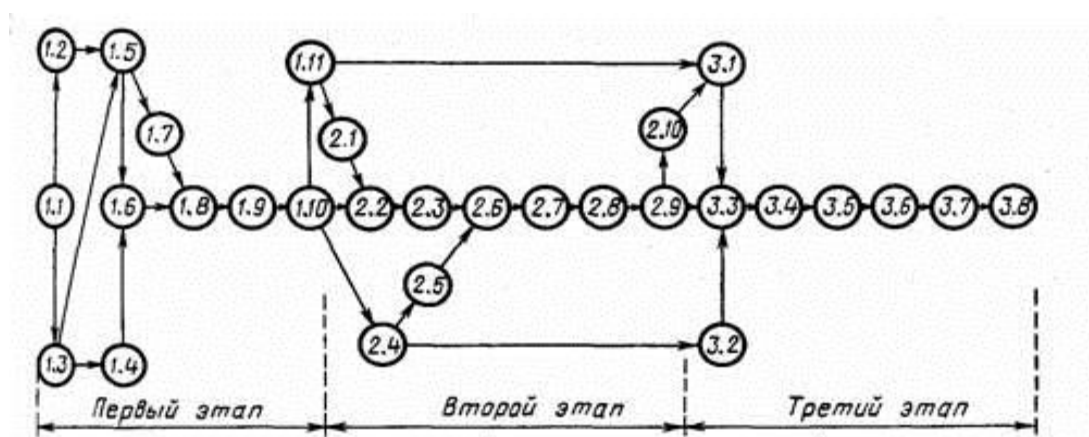


Рис. 7. Взаимосвязь этапов моделирования систем

Расшифровка цифровых эквивалентов приведена ниже.

- 1.1 — постановка задачи машинного моделирования системы;
- 1.2 — анализ задачи моделирования системы;
- 1.3 — определение требований к исходной информации об объекте моделирования и организация ее сбора;
- 1.4 — выдвижение гипотез и принятие предположений;
- 1.5 — определение параметров и переменных модели;
- 1.6 — установление основного содержания модели;
- 1.7 — обоснование критериев оценки эффективности системы;
- 1.8 — определение процедур аппроксимации;
- 1.9 — описание концептуальной модели системы;
- 1.10 — проверка достоверности концептуальной модели;
- 1.11 — составление технической документации по первому этапу;
- 2.1 — построение логической схемы модели;
- 2.2 — получение математических соотношений;
- 2.3 — проверка достоверности модели системы;
- 2.4 — выбор инструментальных средств для моделирования;
- 2.5 — составление плана выполнения работ по программированию;
- 2.6 — спецификация и построение схемы программы;
- 2.7 — верификация и проверка достоверности схемы программы;
- 2.8 — проведение программирования модели;
- 2.9 — проверка достоверности программы;
- 2.10 — составление технической документации по второму этапу;
- 3.1 — планирование машинного эксперимента с моделью системы;
- 3.2 — определение требований к вычислительным средствам;
- 3.3 — проведение рабочих расчетов;
- 3.4 — анализ результатов моделирования системы;
- 3.5 — представление результатов моделирования;
- 3.6 — интерпретация результатов моделирования;

3.7 — подведение итогов моделирования и выдача рекомендаций;

3.8 — составление технической документации по третьему этапу.

Таким образом, процесс моделирования системы S сводится к выполнению перечисленных подэтапов, сгруппированных в виде трех этапов. На этапе построения концептуальной модели и ее формализации проводится исследование моделируемого объекта с точки зрения выделения основных составляющих процесса его функционирования, определяются необходимые аппроксимации и получается обобщенная схема модели системы S , которая преобразуется в машинную модель на втором этапе моделирования путем последовательной алгоритмизации и программирования модели. Последний третий этап моделирования системы сводится к проведению, согласно полученному плану рабочих расчетов на ЭВМ с использованием выбранных программно-технических средств, получению и интерпретации результатов моделирования системы S с учетом воздействия внешней среды E . Очевидно, что при построении модели и ее машинной реализации при получении новой информации возможен пересмотр ранее принятых решений, т. е. процесс моделирования является итерационным.

ТЕМА № 8. ПОСТРОЕНИЕ КОНЦЕПТУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ И ИХ ФОРМАЛИЗАЦИЯ. ПОДЭТАПЫ ПЕРВОГО ЭТАПА МОДЕЛИРОВАНИЯ

На первом этапе машинного моделирования — построения *концептуальной модели* системы S и ее формализации — формулируется модель и строится ее формальная схема, т. е. основным назначением этого этапа является переход от содержательного описания объекта к его математической модели, другими словами, процесс формализации. Моделирование систем на ЭВМ в настоящее время — наиболее универсальный и эффективный метод оценки характеристик больших систем. Наиболее ответственными и наименее формализованными моментами в этой работе являются проведение границы между системой S и внешней средой E , упрощение описания системы и построение сначала концептуальной, а затем формальной модели системы. Модель должна быть адекватной, иначе невозможно получить положительные результаты моделирования, т.е. исследование процесса функционирования системы на неадекватной модели вообще теряет смысл. Под *адекватной* моделью будем понимать модель, которая с определенной степенью приближения на уровне понимания моделируемой системы S разработчиком модели отражает процесс ее функционирования во внешней среде E .

Переход от описания к блочной модели. Наиболее рационально строить модель функционирования системы по блочному принципу. При этом могут быть выделены три автономные группы блоков такой модели:

- блоки первой группы представляют собой имитатор воздействий внешней среды E на систему S ;
- блоки второй группы являются собственно моделью процесса функционирования исследуемой системы S ;
- блоки третьей группы — вспомогательные и служат для машинной реализации блоков двух первых групп, а также для фиксации и обработки результатов моделирования.

Рассмотрим механизм перехода от описания процесса функционирования некоторой гипотетической системы к модели этого процесса. Для наглядности введем представление об описании свойств процесса функционирования

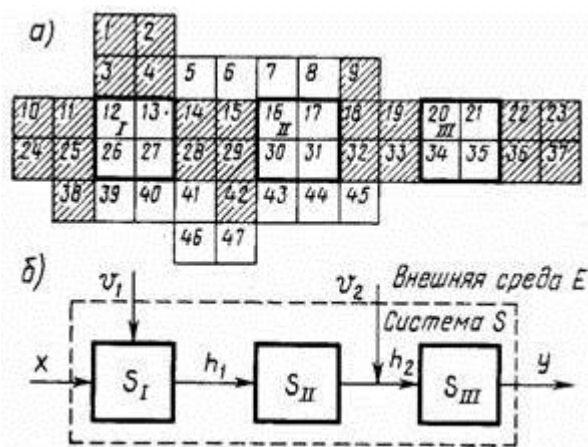


Рис. 8. Модель системы: а) концептуальная; б) блочная

системы S , т. е. об ее концептуальной модели как совокупности некоторых элементов, условно изображенных квадратами так, как показано на рис. 8 а. Эти квадраты представляют собой описание некоторых подпроцессов исследуемого процесса функционирования системы S , воздействия внешней среды E и т.д. Переход от описания системы

к ее модели в этой интерпретации сводится к исключению из рассмотрения некоторых второстепенных элементов описания (элементы 5 — 8, 39 — 41, 43 — 47).

Предполагается, что они не оказывают существенного влияния на ход процессов, исследуемых с помощью модели. Часть элементов (14, 15, 28, 29, 42) заменяется пассивными связями h_1 , отражающими внутренние свойства системы (рис. 8 б). Некоторая часть элементов (1 — 4, 10, 11, 24, 25) заменяется входными факторами x и воздействиями внешней среды v_1 . Возможны и комбинированные замены: элементы 9, 18, 19, 32, 33 заменены пассивной связью h_2 и воздействием внешней среды E . Элементы 22, 23, 36, 37 отражают воздействие системы на внешнюю среду y .

Оставшиеся элементы системы S группируются в блоки S_I , S_{II} , S_{III} , отражающие процесс функционирования исследуемой системы. Каждый из этих блоков автономен, что выражается в минимальном количестве связей между ними. Поведение этих блоков должно быть хорошо изучено и для каждого из них построена математическая модель, которая в свою очередь может содержать ряд подблоков. Построенная блочная модель процесса функционирования исследуемой системы S предназначена для анализа характеристик этого про-

цесса, который может быть проведен при машинной реализации полученной модели.

Математические модели процессов. После перехода от описания моделируемой системы S к ее модели M , построенной по блочному принципу, необходимо построить математические модели процессов, происходящих в различных блоках. Математическая модель представляет собой совокупность соотношений, определяющих характеристики процесса функционирования системы S в зависимости от структуры системы, алгоритмов поведения, параметров системы, воздействий внешней среды E , начальных условий и времени. Математическая модель является результатом формализации процесса функционирования исследуемой системы, т. е. построения формального (математического) описания процесса с необходимой в рамках проводимого исследования степенью приближения к действительности.

Для иллюстрации возможностей формализации рассмотрим процесс функционирования некоторой гипотетической системы S , которую можно разбить на m подсистем с характеристиками $y_1(t), y_2(t), \dots, y_{n_y}(t)$ с параметрами h_1, h_2, \dots, h_{n_h} при наличии входных воздействиях x_1, x_2, \dots, x_{n_x} и воздействиях внешней среды v_1, v_2, \dots, v_{n_v} . Тогда математической моделью процесса может служить система соотношений вида

$$\begin{cases} y_1(t) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_{n_x}; v_1, v_2, \dots, v_{n_v}; h_1, h_2, \dots, h_{n_h}; t); \\ y_2(t) = f_2(x_1, x_2, \dots, x_{n_x}; v_1, v_2, \dots, v_{n_v}; h_1, h_2, \dots, h_{n_h}; t); \\ \dots \\ y_{n_y}(t) = f_{n_y}(x_1, x_2, \dots, x_{n_x}; v_1, v_2, \dots, v_{n_v}; h_1, h_2, \dots, h_{n_h}; t). \end{cases} \quad (15)$$

Если бы функции f_1, f_2, \dots, f_m были известны, то соотношения (15) оказались бы идеальной математической моделью процесса функционирования системы S . Однако на практике получение модели достаточно простого вида для больших систем чаще всего невозможно, поэтому обычно процесс функционирования системы S разбивают на ряд элементарных подпроцессов. При этом необходимо так проводить разбиение на подпроцессы, чтобы построение моделей отдельных подпроцессов было элементарно и не вызывало трудностей при

формализации. Таким образом, на этой стадии сущность формализации подпроцессов будет состоять в подборе типовых математических схем. Например, для стохастических процессов это могут быть схемы вероятностных автоматов (*P-схемы*), схемы массового обслуживания (*Q-схемы*) и т.д., которые достаточно точно описывают основные особенности реальных явлений, составляющих подпроцессы, с точки зрения решаемых прикладных задач.

Таким образом, формализации процесса функционирования любой системы S должно предшествовать изучение составляющих его явлений. В результате появляется содержательное описание процесса, которое представляет собой первую попытку четко изложить закономерности, характерные для исследуемого процесса, и постановку прикладной задачи. Содержательное описание является исходным материалом для последующих этапов формализации: построения формализованной схемы процесса функционирования системы и математической модели этого процесса. Для моделирования процесса функционирования системы на ЭВМ необходимо преобразовать математическую модель процесса в соответствующий моделирующий алгоритм и машинную программу.

Подэтапы первого этапа моделирования. Рассмотрим более подробно основные подэтапы построения концептуальной модели M , системы и ее формализации (см. рис. 7).

1.1. Постановка задачи машинного моделирования системы. Дается четкая формулировка задачи исследования конкретной системы S и основное внимание уделяется таким вопросам, как: а) признание существования задачи и необходимости машинного моделирования; б) выбор методики решения задачи с учетом имеющихся ресурсов; в) определение масштаба задачи и возможности разбиения ее на подзадачи.

Необходимо также ответить на вопрос о приоритетности решения различных подзадач, оценить эффективность возможных математических методов и программно-технических средств их решения. Тщательная проработка этих вопросов позволяет сформулировать задачу исследования и приступить к ее ре-

ализации. При этом возможен пересмотр начальной постановки задачи в процессе моделирования.

1.2. Анализ задачи моделирования системы. Проведение анализа задачи способствует преодолению возникающих в дальнейшем трудностей при ее решении методом моделирования. На рассматриваемом втором этапе основная работа сводится именно к проведению анализа, включая: а) выбор критериев оценки эффективности процесса функционирования системы S ; б) определение эндогенных и экзогенных переменных модели M ; в) выбор возможных методов идентификации; г) выполнение предварительного анализа содержания второго этапа алгоритмизации модели системы и ее машинной реализации; д) выполнение предварительного анализа содержания третьего этапа получения и интерпретации результатов моделирования системы.

1.3. Определение требований к исходной информации об объекте моделирования и организация ее сбора. После постановки задачи моделирования системы S определяются требования к информации, из которой получают качественные и количественные исходные данные, необходимые для решения этой задачи. Эти данные помогают глубоко разобраться в сущности задачи, методах ее решения. Таким образом, на этом подэтапе проводится: а) выбор необходимой информации о системе S и внешней среде E ; б) подготовка априорных данных; в) анализ имеющихся экспериментальных данных; г) выбор методов и средств предварительной обработки информации о системе.

При этом необходимо помнить, что именно от качества исходной информации об объекте моделирования существенно зависят как адекватность модели, так и достоверность результатов моделирования.

1.4. Выдвижение гипотез и принятие предположений. Гипотезы при построении модели системы S служат для заполнения «пробелов» в понимании задачи исследователем. Выдвигаются также гипотезы относительно возможных результатов моделирования системы S справедливость, которых проверяется при проведении машинного эксперимента. Предположения предусматривают, что некоторые данные неизвестны или их нельзя получить. Предположения мо-

гут выдвигаться относительно известных данных, которые не отвечают требованиям решения поставленной задачи. Предположения дают возможность провести упрощения модели в соответствии с выбранным уровнем моделирования. При выдвижении гипотез и принятия предположений учитываются следующие факторы: а) объем имеющейся информации для решения задач; б) подзадачи, для которых информация недостаточна; в) ограничения на ресурсы времени для решения задачи; г) ожидаемые результаты моделирования.

Таким образом, в процессе работы с моделью системы S возможно многократное возвращение к этому подэтапу в зависимости от полученных результатов моделирования и новой информации об объекте.

1.5. Определение параметров и переменных модели. Прежде чем перейти к описанию математической модели, необходимо определить параметры системы h_k , $k = \overline{1, n_H}$, входные и выходные переменные x_i , $i = \overline{1, n_X}$, y_j , $j = \overline{1, n_Y}$, воздействия внешней среды v_l , $l = \overline{1, n_V}$. Конечной целью этого подэтапа является подготовка к построению математической модели системы S , функционирующей во внешней среде E , для чего необходимо рассмотрение всех параметров и переменных модели и оценка степени их влияния на процесс функционирования системы в целом. Описание каждого параметра и переменной должно даваться в следующей форме: а) определение и краткая характеристика; б) символ обозначения и единица измерения; в) диапазон изменения; г) место применения в модели.

1.6. Установление основного содержания модели. На этом подэтапе определяется основное содержание модели и выбирается метод построения модели системы, которые разрабатываются на основе принятых гипотез и предположений. При этом учитываются следующие особенности: а) формулировка задачи моделирования системы; б) структура системы S и алгоритмы ее поведения, воздействия внешней среды E ; в) возможные методы и средства решения задачи моделирования.

1.7. Обоснование критериев оценки эффективности системы. Для оценки качества процесса функционирования моделируемой системы S необхо-

можно выбрать некоторую совокупность критериев оценки эффективности, т.е. в математической постановке задача сводится к получению соотношения для оценки эффективности как функции параметров и переменных системы. Эта функция представляет собой поверхность отклика в исследуемой области изменения параметров и переменных и позволяет определить реакцию системы. Эффективность системы S можно оценить с помощью интегральных или частных критериев, выбор которых зависит от рассматриваемой задачи.

1.8. Определение процедур аппроксимации. Для аппроксимации реальных процессов, протекающих в системе S , обычно используются три вида процедур: а) детерминированную; б) вероятностную; в) определения средних значений.

При детерминированной процедуре результаты моделирования однозначно определяются по данной совокупности входных воздействий, параметров и переменных системы S . В этом случае отсутствуют случайные элементы, влияющие на результаты моделирования. Вероятностная процедура применяется в том случае, когда случайные элементы, включая воздействия внешней среды E , влияют на характеристики процесса функционирования системы S и когда необходимо получить информацию о законах распределения выходных переменных. Процедура определения средних значений используется тогда, когда при моделировании системы интерес представляют средние значения выходных переменных при наличии случайных элементов.

1.9. Описание концептуальной модели системы. На этом подэтапе построения модели системы: а) описывается концептуальная модель в абстрактных терминах и понятиях; б) дается описание модели с использованием типовых математических схем; в) принимаются окончательно гипотезы и предположения; г) обосновывается выбор процедуры аппроксимации реальных процессов при построении модели. Таким образом, на этом подэтапе проводится подробный анализ задачи, рассматриваются возможные методы ее решения и дается детальное описание концептуальной модели, которая затем используется на втором этапе моделирования.

1.10. Проверка достоверности концептуальной модели. После того как концептуальная модель описана, необходимо проверить достоверность некоторых концепций модели перед тем, как перейти к следующему этапу моделирования системы S . Проверять достоверность концептуальной модели достаточно сложно, так как процесс ее построения является эвристическим и такая модель описывается в абстрактных терминах и понятиях. Один из методов проверки модели — применение операций обратного перехода, позволяющий проанализировать модель, вернуться к принятым аппроксимациям и, наконец, рассмотреть снова реальные процессы, протекающие в моделируемой системе S . Проверка достоверности концептуальной модели должна включать: а) проверку замысла модели; б) оценку достоверности исходной информации; в) рассмотрение постановки задачи моделирования; г) анализ принятых аппроксимаций; д) исследование гипотез и предположений.

Только после тщательной проверки концептуальной модели, следует переходить к этапу машинной реализации модели, так как ошибки в модели не позволяют получить достоверные результаты моделирования.

1.11. Составление технической документации по первому этапу. В конце этапа построения концептуальной модели и ее формализации составляется технический отчет по этапу, который включает в себя: а) подробную постановку задачи моделирования системы S ; б) анализ задачи моделирования системы; в) критерии оценки эффективности системы; г) параметры и переменные модели системы; д) гипотезы и предположения, принятые при построении модели; е) описание модели в абстрактных терминах и понятиях; ж) описание ожидаемых результатов моделирования системы S .

ТЕМА № 9. АЛГОРИТМИЗАЦИЯ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ. ПОДЭТАПЫ ВТОРОГО ЭТАПА МОДЕЛИРОВАНИЯ

На втором этапе моделирования — этапе алгоритмизации модели и ее машинной реализации — математическая модель, сформированная на первом этапе, воплощается в конкретную машинную модель. Этот этап представляет собой этап практической деятельности, направленной на реализацию идей и математических схем в виде машинной модели процесса функционирования системы S . Прежде чем рассматривать подэтапы алгоритмизации и машинной реализации модели, остановимся на основных принципах построения моделирующих алгоритмов и формах их представления.

Принципы построения моделирующих алгоритмов. Процесс функционирования системы S можно рассматривать как последовательную смену ее состояний $\vec{z} = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t))$ в k -мерном пространстве. Очевидно, что задачей моделирования процесса функционирования исследуемой системы S является построение функций z , на основе которых можно провести вычисление интересующих характеристик процесса функционирования системы. Для этого должны иметься соотношения, связывающие функции z с переменными, параметрами и временем, а также начальные условия $\vec{z}^0 = (z_1(t_0), z_2(t_0), \dots, z_k(t_0))$ в момент времени $t = t_0$.

Рассмотрим процесс функционирования некоторой детерминированной системы S_D , в которой отсутствуют случайные факторы, т. е. вектор состояний такой системы можно определить как $z = \Phi(z^0, x, t)$. Тогда состояние процесса в момент времени $t_0 + j\Delta t$ может быть однозначно определено из соотношений математической модели по известным начальным условиям. Это позволяет строить моделирующий алгоритм процесса функционирования системы. Для этого преобразуем соотношения модели Z к такому виду, чтобы сделать удобным вычисление $z_1(t + \Delta t), z_2(t + \Delta t), \dots, z_k(t + \Delta t)$ по значениям $z_i(\tau)$, $i = \overline{1, k}$, где $\tau \leq t$. Организуем счетчик системного времени, который в начальный момент

показывает время t_0 . Для этого момента $z_i(t_0) = z_i^0$. Прибавим интервал времени Δt , тогда счетчик будет показывать $t_1 = t_0 + \Delta t$. Вычислим значения $z_i(t_0 + \Delta t)$. Затем перейдем к моменту времени $t_2 = t_1 + \Delta t$ и т.д. Если шаг Δt достаточно мал, то таким путем можно получить приближенные значения z .

Рассмотрим процесс функционирования стохастической системы S_R , т. е. системы, на которую оказывают воздействия случайные факторы. Для такой системы функция состояний процесса z в момент времени $\tau \leq t$ и соотношения модели определяют лишь распределение вероятностей для $z_i(t + \Delta t)$ в момент времени $t + \Delta t$. В общем случае и начальные условия z^0 могут быть случайными, задаваемыми соответствующим распределением вероятностей. При этом структура моделирующего алгоритма для стохастических систем в основном остается прежней. Только вместо состояния $z_i(t + \Delta t)$ теперь необходимо вычислить распределение вероятностей для возможных состояний. Пусть счетчик системного времени показывает время t_0 . В соответствии с заданным распределением вероятностей выбирается z_i^0 . Далее, исходя из распределения, получается состояние $z_i(t_0 + \Delta t)$ и т.д., пока не будет построена одна из возможных реализаций случайного многомерного процесса $z_i(t)$ в заданном интервале времени.

Рассмотренный принцип построения моделирующих алгоритмов называется *принципом Δt* . Это наиболее универсальный принцип, позволяющий определить последовательные состояния процесса функционирования системы S через заданные интервалы времени Δt . Но с точки зрения затрат машинного времени он иногда оказывается неэкономичным.

При рассмотрении процессов функционирования некоторых систем можно обнаружить, что для них характерны два типа состояний:

- 1) особые, присущие процессу функционирования системы только в некоторые моменты времени (моменты поступления входных или управляющих воздействий, возмущений внешней среды и т.п.);

- 2) неособые, в которых процесс находится все остальное время. Особые состояния характерны еще и тем обстоятельством, что функции состояний $z_i(t)$

в эти моменты времени изменяются скачком, а между особыми состояниями изменение координат $z_i(t)$ происходит плавно и непрерывно или не происходит совсем. Таким образом, следя при моделировании системы S только за ее особыми состояниями в те моменты времени, когда эти состояния имеют место, можно получить информацию, необходимую для построения функций $z_i(t)$. Очевидно, для описанного типа систем могут быть построены моделирующие алгоритмы по «принципу особых состояний». Обозначим скачкообразное (релейное) изменение состояния z как δz , а «принцип особых состояний» — как *принцип δz* .

Например, для системы массового обслуживания (Q -схемы) в качестве особых состояний могут быть выбраны состояния в моменты поступления заявок на обслуживание в прибор Π и в моменты окончания обслуживания заявок каналами K , когда состояние системы, оцениваемое числом находящихся в ней заявок, меняется скачком.

Отметим, что характеристики процесса функционирования таких систем с особыми состояниями оцениваются по информации об особых состояниях, а неособые состояния при моделировании не рассматриваются. «Принцип δz » дает возможность для ряда систем существенно уменьшить затраты машинного времени на реализацию моделирующих алгоритмов по сравнению с «принципом Δt ». Логика построения моделирующего алгоритма, реализующего «принцип δz », отличается от рассмотренной для «принципа Δt » только тем, что включает в себя процедуру определения момента времени t_δ , соответствующего следующему особому состоянию системы S . Для исследования процесса функционирования больших систем рационально использование комбинированного принципа построения моделирующих алгоритмов, сочетающего в себе преимущества каждого из рассмотренных принципов.

Формы представления моделирующих алгоритмов. Удобной формой представления логической структуры моделей процессов функционирования систем и машинных программ является схема. На различных этапах моделиро-

вания составляются обобщенные и детальные логические схемы моделирующих алгоритмов, а также схемы программ.

Обобщенная (укрупненная) схема моделирующего алгоритма задает общий порядок действий при моделировании системы без каких-либо уточняющих деталей. Обобщенная схема показывает, что необходимо выполнить на очередном шаге моделирования, например, обратиться к датчику случайных чисел.

Детальная схема моделирующего алгоритма содержит уточнения, отсутствующие в обобщенной схеме. Детальная схема показывает не только, что следует выполнить на очередном шаге моделирования системы, но и как это выполнить.

Логическая схема моделирующего алгоритма представляет собой логическую структуру модели процесса функционирования системы S . Логическая схема указывает упорядоченную во времени последовательность логических операций, связанных с решением задачи моделирования.

Схема программы отображает порядок программной реализации моделирующего алгоритма с использованием конкретного математического обеспечения. Схема программы представляет собой интерпретацию логической схемы моделирующего алгоритма разработчиком программы на базе конкретного алгоритмического языка. Различие между этими схемами заключается в том, что логическая схема отражает логическую структуру модели процесса функционирования системы, а схема программы — логику машинной реализации модели с использованием конкретных программно-технических средств моделирования.

Логическая схема алгоритма и схема программы могут быть выполнены как в укрупненной, так и в детальной форме. Для начертания этих схем используется набор символов, определяемых ГОСТ 19.701 — 90 (ИСО 5807 — 85) «Единая система программной документации».

Подэтапы второго этапа моделирования. Рассмотрим подэтапы, выполненные при алгоритмизации модели системы и ее машинной реализации, обращая основное внимание на задачи каждого подэтапа и методы их решения.

2.1. Построение логической схемы модели. Рекомендуется строить модель по блочному принципу, т. е. в виде некоторой совокупности стандартных блоков. Построение модели систем S из таких блоков обеспечивает необходимую гибкость в процессе ее эксплуатации, особенно на стадии машинной отладки. При построении блочной модели проводится разбиение процесса функционирования системы на отдельные достаточно автономные подпроцессы. Таким образом, модель функционально подразделяется на подмодели, каждая из которых в свою очередь может быть разбита на еще более мелкие элементы. Блоки такой модели бывают двух типов: основные и вспомогательные. Каждый основной блок соответствует некоторому реальному подпроцессу, имеющему место в моделируемой системе S , а вспомогательные блоки представляют собой лишь составную часть машинной модели, они не отражают функции моделируемой системы и необходимы лишь для машинной реализации, фиксации и обработки результатов моделирования.

2.2. Получение математических соотношений. Одновременно с выполнением подэтапа построения логической схемы модели необходимо получить, если это возможно, математические соотношения в виде явных функций, т.е. построить аналитические модели. Этот подэтап соответствует неявному заданию возможных математических соотношений на этапе построения концептуальной модели. При выполнении первого этапа еще не может иметься информации о конкретном виде таких математических соотношений, а на втором этапе уже необходимо получить эти соотношения. Схема машинной модели должна представлять собой полное отражение заложенной в модели концепции и иметь: а) описание всех блоков модели с их наименованиями; б) единую систему обозначений и нумерацию блоков; в) отражение логики модели процесса функционирования системы; г) задание математических соотношений в явном виде.

2.3. Проверка достоверности модели системы. Эта проверка является первой из проверок, выполняемых на этапе реализации модели. Так как модель представляет собой приближенное описание процесса функционирования реальной системы S , то до тех пор, пока не доказана достоверность модели, нельзя утверждать, что с ее помощью будут получены результаты, совпадающие с теми, которые могли бы быть получены при проведении натурного эксперимента с реальной системой S . Поэтому определение достоверности модели можно считать наиболее важной проблемой при моделировании систем. От решения этой проблемы зависит степень доверия к результатам, полученным методом моделирования. Проверка модели на рассматриваемом подэтапе должна дать ответ на вопрос, насколько логическая схема модели системы и используемые математические соотношения отражают замысел модели, сформированный на первом этапе. При этом проверяются: а) возможность решения поставленной задачи; б) точность отражения замысла в логической схеме; в) полнота логической схемы модели; г) правильность используемых математических соотношений.

Только после того, как разработчик убеждается путем соответствующей проверки в правильности всех этих положений, можно считать, что имеется логическая схема модели системы S , пригодная для дальнейшей работы по реализации модели на ЭВМ.

2.4. Выбор инструментальных средств для моделирования. На этом подэтапе необходимо окончательно решить вопрос о том, какую вычислительную машину (ЭВМ, АВМ, ГВК) и какое программное обеспечение целесообразно использовать для реализации модели системы S . Вообще, выбор вычислительных средств может быть проведен и на предыдущих подэтапах, но рассматриваемый подэтап является последним, когда этот выбор должен быть сделан окончательно, так как в противном случае возникнут трудности в проведении дальнейших работ по реализации модели. Вопрос о выборе ЭВМ сводится к обеспечению следующих требований: а) наличие необходимых программных и технических средств; б) доступность выбранной ЭВМ для разработчика мо-

дели; в) обеспечение всех этапов реализации модели; г) возможность своевременного получения результатов.

2.5. Составление плана выполнения работ по программированию.

Такой план должен помочь при программировании модели, учитывая оценки объема программы и трудозатрат на ее составление. План при использовании универсальной ЭВМ должен включать в себя: а) выбор языка (системы) программирования модели; б) указание типа ЭВМ и необходимых для моделирования устройств; в) оценку примерного объема необходимой оперативной и внешней памяти; г) ориентировочные затраты машинного времени на моделирование; д) предполагаемые затраты времени на программирование и отладку программы на ЭВМ.

2.6. Спецификация и построение схемы программы. Спецификация программы — формализованное представление требований, предъявляемых к программе, которые должны быть удовлетворены при ее разработке, а также описание задачи, условия и эффекта действия без указания способа его достижения. Наличие логической блок-схемы модели позволяет построить схему программы, которая должна отражать: а) разбиение модели на блоки, подблоки и т. д.; б) особенности программирования модели; в) проведение необходимых изменений; г) возможности тестирования программы; д) оценку затрат машинного времени; е) форму представления входных и выходных данных.

2.7. Верификация и проверка достоверности схемы программы. Верификация программы — доказательство того, что поведение программы соответствует спецификации на программу. Эта проверка является второй на этапе машинной реализации модели системы. Очевидно, что нет смысла продолжать работу по реализации модели, если нет уверенности в том, что в схеме программы, по которой будет вестись дальнейшее программирование, допущены ошибки, которые делают ее неадекватной логической схеме модели, а, следовательно, и неадекватной самому объекту моделирования. При этом проводится проверка соответствия каждой операции, представленной в схеме программы, аналогичной ей операции в логической схеме модели.

2.8. Проведение программирования модели. При достаточно подробной схеме программы, которая отражает все операции логической схемы модели, можно приступить к программированию модели. Если имеется адекватная схема программы, то программирование представляет собой работу только для программиста без участия и помощи со стороны разработчика модели. При использовании пакетов прикладных программ моделирования проводится непосредственная генерация рабочих программ для моделирования конкретного объекта, т.е. программирование модели реализуется в автоматизированном режиме.

2.9. Проверка достоверности программы. Эта последняя проверка на этапе машинной реализации модели, которую необходимо проводить: а) обратным переводом программы в исходную схему; б) проверкой отдельных частей программы при решении различных тестовых задач; в) объединением всех частей программы и проверкой ее в целом на контрольном примере моделирования варианта системы S .

2.10. Составление технической документации по второму этапу. Для завершения этапа машинной реализации модели необходимо составить техническую документацию, содержащую: а) логическую схему модели и ее описание; б) адекватную схему программы и принятые обозначения; в) полный текст программы; г) перечень входных и выходных величин с пояснениями; д) инструкцию по работе с программой; е) оценку затрат машинного времени на моделирование с указанием требуемых ресурсов ЭВМ.

ТЕМА № 10. ПОЛУЧЕНИЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ. ПОДЭТАПЫ ТРЕТЬЕГО ЭТАПА МОДЕЛИРОВАНИЯ

На третьем этапе моделирования — этапе получения и интерпретации результатов моделирования — ЭВМ используется для проведения рабочих расчетов по составленной и отлаженной программе. Результаты этих расчетов позволяют проанализировать и сформулировать выводы о характеристиках процесса функционирования моделируемой системы S .

Особенности получения результатов моделирования. При реализации моделирующих алгоритмов на ЭВМ вырабатывается информация о состояниях процесса функционирования исследуемых систем $z(t) \in Z$. Эта информация является исходным материалом для определения приближенных оценок искомых характеристик, получаемых в результате машинного эксперимента, т.е. критериев оценки. *Критерием оценки* будем называть любой количественный показатель, по которому можно судить о результатах моделирования системы. Критериями оценки могут служить показатели, получаемые на основе процессов, действительно протекающих в системе, или получаемых на основе специально сформированных функций этих процессов.

В ходе машинного эксперимента изучается поведение исследуемой модели M процесса функционирования системы S на заданном интервале времени $[0, T]$. Поэтому критерий оценки является в общем случае векторной случайной функцией, заданной на этом же интервале

$$\vec{q}(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)).$$

Часто используют более простые критерии оценки, например, вероятность определенного состояния системы в заданный момент времени $t^* \in [0, T]$, отсутствие отказов и сбоев в системе на интервале $[0, T]$ и т.д. При интерпретации результатов моделирования вычисляются различные статистические характеристики закона распределения критерия оценки.

Рассмотрим общую схему фиксации и обработки результатов моделирования системы. Будем рассматривать гипотетическую модель M , предназначенную для исследования поведения системы S на интервале времени $[0, T]$. В общем случае критерием интерпретации результатов моделирования является нестационарный случайный n -мерный процесс $\vec{q}(t)$, $0 \leq t \leq T$. Полагаем для определенности, что состояние моделируемой системы S проверяется каждые Δt временных единиц, т. е, используется «принцип Δt ». При этом вычисляют значения $\vec{q}(j\Delta t)$, $j = \overline{0, k}$, критерия $\vec{q}(t)$. Таким образом, о свойствах случайного процесса $\vec{q}(t)$ судят по свойствам случайной последовательности $\vec{q}(j\Delta t)$, $j = \overline{0, k}$, или, иначе говоря, по свойствам m -мерного вектора вида

$$\vec{q}(t) = (\vec{q}(0), \vec{q}(\Delta t), \dots, \vec{q}((k-1)\Delta t), \vec{q}(T)), m = n(k+1), T = k\Delta t.$$

Процесс функционирования системы S на интервале $[0, T]$ моделируется N -кратно с получением независимых реализаций \vec{q}_i , $j = \overline{1, N}$, вектора \vec{q} . Работа модели на интервале $[0, T]$ называется *прогоном модели*.

В общем случае алгоритмы фиксации и статистической обработки данных моделирования содержат три цикла.

Внутренний цикл позволяет получить последовательность $\vec{q}_j(t) = \vec{q}(j\Delta t)$, $j = \overline{0, k}$ в моменты времени $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, k\Delta t = T$.

Промежуточный цикл, в котором организуется N -кратное повторение прогона модели, позволяющее после соответствующей статистической обработки результатов судить об оценках характеристик моделируемого варианта системы. Окончание моделирования варианта системы S может определяться не только заданным числом реализаций, но и заданной точностью результатов моделирования.

Внешний цикл охватывает оба предшествующих цикла и дополнительно включает блоки, управляющие последовательностью моделирования вариантов системы S . Здесь организуется поиск оптимальных структур, алгоритмов и параметров системы S .

Рассмотренная схема позволяет вести статистическую обработку результатов моделирования в наиболее общем случае при нестационарном критерии $q(t)$. В частных случаях можно ограничиться более простыми схемами. Если свойства моделируемой системы S определяются значением критерия $\vec{q}(t)$ в некоторый заданный момент времени, например, в конце периода функционирования модели $t = k\Delta t = T$, то обработка сводится к оценке распределения n -мерного вектора $\vec{q}(t)$ по независимым реализациям $\vec{q}_i(t)$, $i = \overline{1, N}$, полученным в результате N прогонов модели.

Если в моделируемой системе S по истечению некоторого времени с начала работы $t_0 = k_0\Delta t$ установится стационарный режим, то о нем можно судить по одной, достаточно длинной реализации $\vec{q}_1(t)$ критерия $\vec{q}(t)$, стационарного и эргодического на интервале $[t_0, T]$.

Другая особенность применяемых на практике методов статистической обработки результатов моделирования связана с исследованием процесса функционирования систем с помощью моделей блочной конструкции. В этом случае часто приходится применять раздельное моделирование отдельных блоков модели, когда имитация входных воздействий для одного блока проводится на основе оценок критериев, полученных предварительно на другом блоке модели. При раздельном моделировании может иметь место либо непосредственная запись в накопителе реализаций критериев, либо их аппроксимация, полученная на основе статистической обработки результатов моделирования с последующим использованием генераторов случайных чисел для имитации этих воздействий.

Подэтапы третьего этапа моделирования.

3.1. Планирование машинного эксперимента с моделью системы.

Перед выполнением рабочих расчетов на ЭВМ должен быть составлен план проведения эксперимента с указанием комбинаций переменных и параметров, для которых должно проводиться моделирование системы S . Планирование машинного эксперимента призвано дать в итоге максимальный объем необхо-

димой информации об объекте моделирования при минимальных затратах машинных ресурсов. При этом различают стратегическое и тактическое планирование машинного эксперимента. При стратегическом планировании эксперимента ставится задача построения оптимального плана эксперимента для достижения цели, поставленной перед моделированием. Тактическое планирование машинного эксперимента преследует частные цели оптимальной реализации каждого конкретного эксперимента из множества необходимых, заданных при стратегическом планировании (например, решение задачи выбора оптимальных правил остановки при статистическом моделировании системы S на ЭВМ).

3.2. Определение требований к вычислительным средствам. Необходимо сформулировать требования по времени использования вычислительных средств, т. е. составить график работы на одной или нескольких ЭВМ, а также указать те внешние устройства ЭВМ, которые потребуются при моделировании. При этом также рационально оценить, исходя из требуемых ресурсов, возможность использования для реализации конкретной модели персональной ЭВМ или локальной вычислительной сети.

3.3. Проведение рабочих расчетов. После составления программы модели и плана проведения машинного эксперимента с моделью системы S можно приступить к рабочим расчетам на ЭВМ, которые обычно включают в себя: а) подготовку наборов исходных данных для ввода в ЭВМ; б) проверку исходных данных, подготовленных для ввода; в) проведение расчетов на ЭВМ; г) получение выходных данных, т. е. результатов моделирования.

Проведение машинного моделирования рационально выполнять в два этапа: контрольные, а затем рабочие расчеты. Причем контрольные расчеты выполняются для проверки машинной модели и определения чувствительности результатов к изменению исходных данных.

3.4. Анализ результатов моделирования системы. Чтобы эффективно проанализировать выходные данные, полученные в результате расчетов на ЭВМ, необходимо знать, что делать с результатами рабочих расчетов и как их

интерпретировать. Эти задачи могут быть решены на основании предварительного анализа на двух первых этапах моделирования системы S . Планирование машинного эксперимента с моделью позволяет вывести необходимое количество выходных данных и определить метод их анализа. При этом необходимо, чтобы на печать выдавались только те результаты, которые нужны для дальнейшего анализа. Также необходимо полнее использовать возможности ЭВМ с точки зрения обработки результатов моделирования и представления этих результатов в наиболее наглядном виде. Вычисление статистических характеристик перед выводом результатов из ЭВМ повышает эффективность применения машины и сводит к минимуму обработку выходной информации после ее вывода из ЭВМ.

3.5. Представление результатов моделирования. Как уже отмечалось, необходимо на третьем этапе моделирования уделить внимание форме представления окончательных результатов моделирования в виде таблиц, графиков, диаграмм, схем и т. п. Целесообразно в каждом конкретном случае выбрать наиболее подходящую форму, так как это существенно влияет на эффективность их дальнейшего употребления заказчиком. В большинстве случаев наиболее простой формой считаются таблицы, хотя графики более наглядно иллюстрируют результаты моделирования системы S . При диалоговых режимах моделирования наиболее рациональными средствами оперативного отображения результатов моделирования являются средства мультимедиа технологии.

3.6. Интерпретация результатов моделирования. Получив и проанализировав результаты моделирования, их нужно интерпретировать по отношению к моделируемому объекту, т. е. системе S . Основное содержание этого подэтапа — переход от информации, полученной в результате машинного эксперимента с моделью, к информации применительно к объекту моделирования, на основании которой и будут делаться выводы относительно характеристик процесса функционирования исследуемой системы S .

3.7. Подведение итогов моделирования и выдача рекомендаций. Проведение этого подэтапа тесно связано с предыдущим вторым этапом. При

подведении итогов моделирования должны быть отмечены главные особенности, полученные в соответствии с планом эксперимента над моделью результатов, проведена проверка гипотез и предположений и сделаны выводы на основании этих результатов. Все это позволяет сформулировать рекомендации по практическому использованию результатов моделирования, например, на этапе проектирования системы S .

3.8. Составление технической документации по третьему этапу. Эта документация должна включать в себя: а) план проведения машинного эксперимента; б) наборы исходных данных для моделирования; в) результаты моделирования системы; г) анализ и оценку результатов моделирования; д) выводы по полученным результатам моделирования; указание путей дальнейшего совершенствования машинной модели и возможных областей ее приложения.

Полный комплект документации по моделированию конкретной системы S на ЭВМ должен содержать техническую документацию по каждому из трех рассмотренных этапов.

Таким образом, процесс моделирования системы S сводится к выполнению перечисленных этапов моделирования. На этапе построения концептуальной модели проводится исследование моделируемого объекта, определяются необходимые аппроксимации и строится обобщенная схема модели, которая преобразуется в машинную модель на втором этапе моделирования путем последовательного построения логической схемы модели и схемы программы. На последнем этапе моделирования проводят рабочие расчеты на ЭВМ, получают и интерпретируют результаты моделирования системы S .

ТЕМА № 11. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

При проведении экспериментальных научных исследований исследователь:

1. ставит задачу исследований в терминах предметной области;
2. строит модель исследуемого объекта и определяет вектор информативных параметров $\vec{\Omega}$, адекватно описывающий ее в рамках поставленной задачи;
3. с помощью технических средств осуществляет измерение, регистрацию и обработку мгновенных значений наблюдаемых процессов $\vec{X}(\vec{\Theta}, t)$, с целью определения вектора информативных параметров $\vec{\Theta}$, описывающих модель процесса;
4. по результатам обработки информации устанавливает взаимно однозначное соответствие между векторами $\vec{\Omega}$ и $\vec{\Theta}$ $\vec{\Omega} = \Phi(\vec{\Theta})$, используемое для построения искомой модели объекта;
5. анализирует полученные результаты;
6. если результаты его устраивают – эксперимент окончен, в противном случае необходимо повторить пункты 3,4 (точность полученных результатов неудовлетворительна), или пункты 2-4 (вектор параметров $\vec{\Omega}$ не полно описывает поведение объекта), а иногда и пункты 1-4 (ставится другая задача).

Следует отметить, что задачи 1, 2 и 4, 5, как правило, решает специалист данной предметной области, формулируя и интерпретируя ее в терминах предметной области, а 3 задачу – специалисты в области измерения и обработки измерительной информации.

Такое разделение функций между исследователем и специалистом в области измерения и обработки измерительной информации позволяет последнему абстрагироваться от конкретных физических объектов и вектора физических параметров $\vec{\Omega}$ и непосредственно перейти:

1. к математическому описанию исследуемых процессов и определению вектора параметров $\bar{\Theta}$, достаточных для решения поставленной задачи;
2. сбору информации с помощью первичных преобразователей;
3. оценке вектора параметров $\bar{\Theta}$ с помощью технических средств;
4. анализу точности полученных результатов;
5. аппроксимации полученных функциональных зависимостей с помощью параметрических моделей.

Каждая из перечисленных задач имеет свои специфические особенности, а эффективность решения четвертой и пятой – зависит от применяемых технических средств, построенных, как правило, на базе современных средств информационно-измерительной и вычислительной техники.

Основной подсистемой любого технического средства, предназначенного для получения и обработки измерительной информации: автоматизированных систем научных исследований (АСНИ), информационно-измерительных систем (ИИС), процессорных измерительных систем (ПРИС), – является измерительно-вычислительный канал.

Под **измерительно-вычислительным каналом** понимается совокупность аппаратно-программных средств, предназначенных для измерения мгновенных значений соответствующей физической величины, обработки результатов измерения и представления конечных результатов в форме, удобной для дальнейшего использования.

Рассмотрим структуру отдельного измерительно-вычислительного канала.

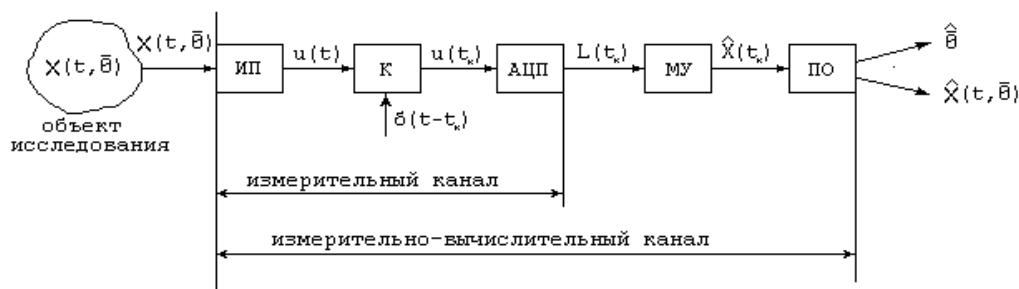


Рис. 9. Измерительно-вычислительный канал

На рис. 9 приняты следующие обозначения:

ИП – измерительный преобразователь (датчик);

К – коммутатор;

АЦП – аналого-цифровой преобразователь;

МУ – масштабирующее устройство;

ПО – процессор обработки.

Рассмотрим преобразования, происходящие с сигналами в измерительно-вычислительном канале.

Независимо от природы измеряемой физической величины на выходе **ИП** получаем электрический сигнал. При этом, каждому значению физической величины ставится в соответствие вполне определенное значение электрической величины: $x(t, \vec{\Theta}) \rightarrow u(t)$.

Основным требованием, предъявляемым к **ИП**, является линейность:

$$u(t) = k x(t, \vec{\Theta}),$$

где $k = \text{const}$ – коэффициент преобразования.

Следует отметить, что если связь между $u(t)$ и $x(t, \vec{\Theta})$ нелинейная, то производят линеаризацию функции преобразования, воспользовавшись, например, методом наименьших квадратов.

После **ИП** исследуемый сигнал поступает на вход коммутатора.

В коммутаторе непрерывный сигнал $u(t)$ преобразуется в последовательность отсчетов, отстоящих друг от друга на интервале $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, т.е. выполняется операция **дискретизации**:

$$u(t_i) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \delta(t-t_i) dt,$$

где $\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \text{если } t = t_i \\ 0, & \text{если } t \neq t_i \end{cases}$ – δ -функция Дирака.

Отметим, что при коммутации возможны два варианта:

$\Delta t_i = \text{const}$ - регулярная дискретизация;

$\Delta t_i = \text{random}$ - нерегулярная дискретизация.

После коммутации сигнал поступает на аналого-цифровой преобразователь, где последовательно подвергается процедурам **квантования** и **кодирования**.

Квантование - процедура отнесения непрерывного значения процесса $u(t_i)$ к ближайшему разрешенному целому уровню.

$$L(t_i) = \text{ent} \left[\frac{|u(t_i)|}{\Delta u} + \lambda \right] \text{Sign } u(t_i),$$

где $\text{ent}[\]$ - операция взятия целой части числа;

– Δu - шаг квантования по уровню;

– $\lambda = \begin{cases} 0, & \text{при усечении;} \\ 0,5, & \text{при округлении;} \end{cases}$

– $\text{Sign } u = \begin{cases} 1, & \text{если } u > 0; \\ 0, & \text{если } u = 0; \\ -1, & \text{если } u < 0. \end{cases}$ - знаковая функция.

В результате квантования сигнала получим целое число квантов, которое может кодироваться различными способами. При использовании двоичной системы счисления с весами 8-4-2-1 число двоичных разрядов, необходимых для представления $L(t_i)$ определяется выражением:

$$n = \log_2 \max |L(t_i)|.$$

Следует подчеркнуть, что в случае одноканальной системы операции коммутации и аналого-цифрового преобразования совпадают. В многоканальных же системах, как правило, применяется один коммутатор на несколько каналов.

После аналого-цифрового преобразователя сигнал поступает на вход масштабирующего устройства, выходной сигнал которого равен:

$$\hat{x}(t_k) = \frac{L(t_k) \Delta u}{k},$$

т.е. при этом происходит обратное преобразование: приведение электрического сигнала к измеряемой физической величине.

Далее сигнал поступает в процессор обработки – устройство, реализующее тот или иной алгоритм получения оценки параметров физического процесса $x(t, \vec{\Theta})$. При этом возможны два подхода к решению задачи оценки $\vec{\Theta}$:

- в режиме экспресс-анализа с помощью алгоритма A_{Θ} оценивают вектор неизвестных параметров $\vec{\Theta} = A_{\Theta} \{ \hat{x}(t_k) \}$;
- в режиме контроля и регистрации с помощью алгоритма A_s получают оценку сигнала $\hat{x}(t, \vec{\Theta}) = A_s \{ \hat{x}(t_k) \}$, записывают его на какой-либо промежуточный носитель, а затем обрабатывают. При этом происходит задержка в обработке информации и, следовательно, в получении результата.

Первый подход будем называть **статистическими измерениями**, второй – **статистической обработкой**.

Под **статистическими измерениями** будем понимать измерение вероятностных характеристик случайных процессов с помощью специальных технических средств, работающих в реальном масштабе времени.

Под **статистической обработкой** будем понимать оценку вероятностных характеристик случайных процессов на ЭВМ, записанных на промежуточный носитель, с задержкой в обработке информации.

С целью повышения эффективности научных исследований, особенно при исследовании новых объектов, возникает необходимость в разработке и исследовании **новых алгоритмов** оценки вектора неизвестных параметров – $\vec{\Theta} = A_{\Theta} \{ \hat{x}(t_k) \}$.

Следует отметить, что исследование алгоритмов возможно как аналитическими методами, так и методом имитационного моделирования на ЭВМ, суть которого заключается в анализе их метрологических характеристик с использованием псевдослучайных последовательностей, сгенерированных с помощью ЭВМ. Появилось большое количество интересных и важных монографий и статей, посвященных методологии, планированию, конструированию и выполнению моделирования. Большинство их них описывает метод, который носит название метода Монте-Карло. Современное толкование этого термина базиру-

ется на работе Неймана и Улама, выполненной в конце сороковых годов, в которой они применили специальный математический метод для решения проблемы ядерной физики, экспериментальные исследования которых очень дороги, а аналитическое решение очень сложно.

Как правило реализация этого метода включает следующие основные блоки:

- имитации входных процессов и внешних воздействий;
- реальных и идеальных моделей, а также их разности;
- формирования изменения параметров модели:
 - под воздействием внешних факторов;
 - в случае технологического разброса на множестве экземпляров;
 - в случае временной нестабильности;
- первичной статистической обработки для определения статистических характеристик наблюдаемых процессов при данных испытаниях;
- вторичной статистической обработки и управления машинным экспериментом:
 - совокупной обработки множества результатов экспериментов;
 - определения необходимого числа прогонов модели и принятия решений при последовательном планировании о продолжении или окончания эксперимента;
 - управления параметрами модели и значениями внешних факторов;
 - управления системным временем;
- датчик системного времени;
- управляющую программу, синхронизирующую процесс моделирования.

Функциональная схема системного моделирования, поясняющая взаимодействие отдельных блоков представлена на рис. 10.

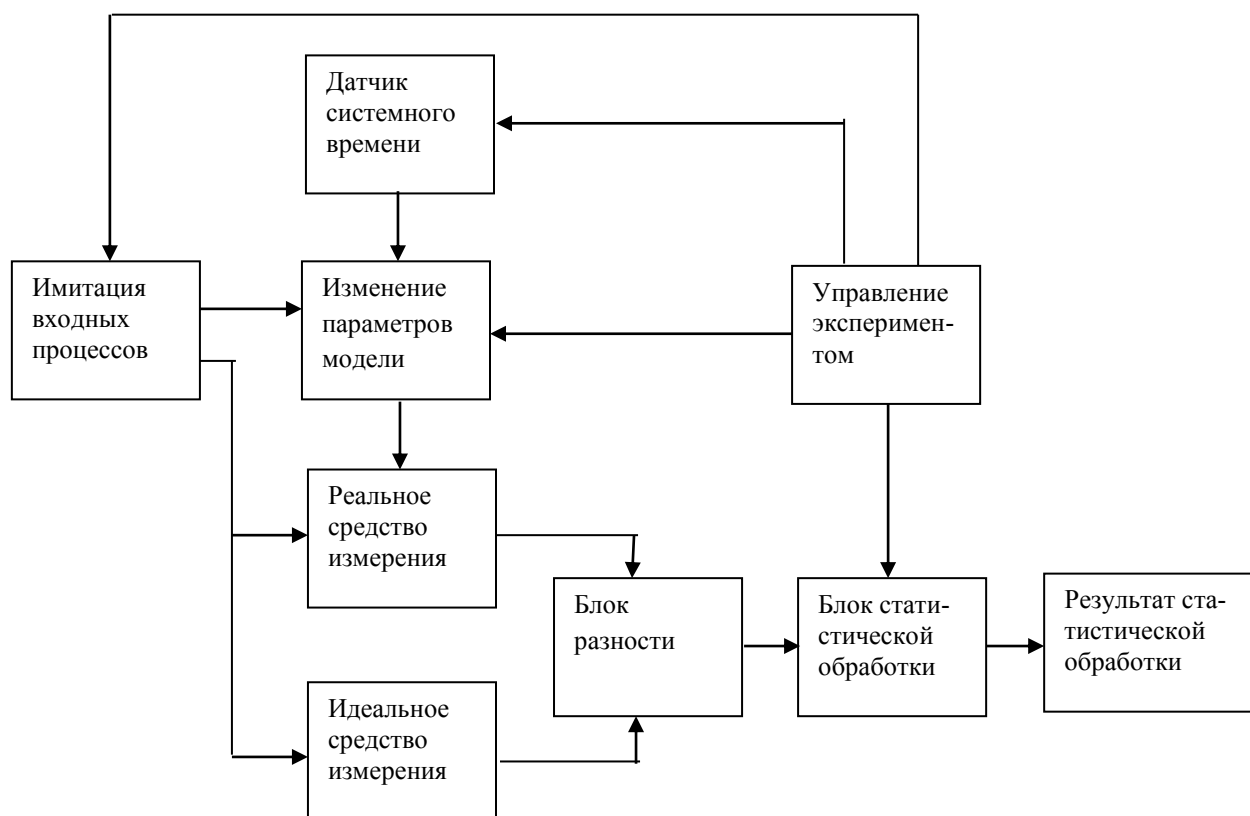


Рис. 10. Функциональная схема имитационного моделирования

Сложность имитационной модели и затраты машинного времени при ее исследовании во многом будут зависеть от принципа имитационного моделирования.

Учитывая, что основным принципом проектирования автоматизированных систем для автоматизации научных исследований, ИИС, процессорных средств измерения является агрегатное проектирование, наиболее целесообразно при конструировании модели использовать принцип блочного моделирования, суть которого сводится к следующему:

- на основании декомпозиции АСНИ, ИИС, ПРИС создается библиотека моделей стандартных блоков для моделирования входных воздействий, дестабилизирующих факторов, блоков реальных систем.
- на основании разработанных моделей блоков конструируется модель системы в соответствии с ее структурой, с возможностью контроля промежуточных последовательностей, соответствующих реальным физическим точкам системы.

Достоинствами блочных моделей являются:

- гибкость, простота изменения конфигурации модели системы, возможность прослеживания промежуточных результатов; соответствие математической модели;
- возможность унификации процедур моделирования путём создания библиотеки стандартных процедур;
- единообразие и простота построения моделей разнообразных структур;
- возможность автоматизации процедуры построения моделей систем.

К недостаткам блочного моделирования следует отнести:

- увеличение времени моделирования;
- необходимость большого объёма памяти для хранения библиотеки моделей.

Затраты на моделирование, достоверность полученных результатов во многом зависят от принятых решений на этапе планирования эксперимента, особенно при определении необходимого числа испытаний, выборе входных воздействий и т.д.

Согласно методике, изложенной в РТМ 25139-74, в качестве метрологической характеристики может выбираться максимальное значение модуля погрешностей оценки $\hat{\Theta}$:

$$\Delta = \max \left\{ \left| \Delta_j \right| \right\} j = 1, \dots, N,$$

где N-число испытаний, зависящее от доверительной информации P_d . Так, если $P_d = 0,95$, то число испытаний равно 29 независимо от закона распределения погрешностей.

Структура пакета прикладных программ имитационного моделирования алгоритмов оценивания характеристик неэквидистантных временных рядов, содержащего как обрабатывающие, так и управляющие программы, состоит из следующих основных блоков:

- задания входных воздействий с требуемыми характеристиками;

- первичной статистической обработки информации ;
- вторичной статистической обработки информации;
- алгоритмов оценивания вероятностных характеристик;
- сервисных;
- определения методической погрешности и ее составляющих;
- определения инструментальных составляющих погрешности.

Одним из важных этапов имитационного моделирования является выбор, обоснование и моделирование сигналов, используемых в модельном эксперименте. Решение этой задачи определяется целевой функцией моделирования, назначением исследуемой системы и т.д. Так как при моделировании АСНИ, ИИС, ПРИС основной задачей является определение метрологических характеристик при определенных ограничениях на технико-экономические показатели, то существенным требованием, предъявляемым к образцовому (испытательному или тестовому) сигналу, является возможность оценки с его помощью погрешности результата измерения данным средством на заданном классе входных воздействий.

Учитывая большое разнообразие решаемых задач и соответствующих им средств измерения, однозначного ответа о виде образцового сигнала быть не может. Окончательное решение о выборе вида образцового сигнала для конкретных типов средств измерения должно приниматься по результатам лабораторных исследований.

В самом общем виде выбор образцового сигнала осуществляется:

- выбором наихудшего сигнала из множества возможных входных сигналов, для обеспечения гарантированной погрешности результата измерения;
- формированием набора типовых сигналов, то есть наиболее часто встречающихся входных сигналов или сигналов, наиболее интересующих исследователя;
- формированием набора типовых сигналов, включающих в себя наихудший сигнал.

Основными требованиями, предъявляемыми к образцовым сигналам, являются следующие:

- заданный вид вероятностных характеристик;
- принадлежность к классу входных сигналов, для которых предназначено данное средство;
- стабильность во времени;
- отклонение текущих характеристик от расчетных не должно быть более допустимого.

В некоторых случаях, кроме случайных сигналов, возникает необходимость в применении детерминированных образцовых сигналов.

Количество входных сигналов, одновременно обрабатываемых в модели системы, определяется сложностью системы, сложностью модели, количеством каналов и т.д., т.е. в системе моделирования должна быть предусмотрена возможность генерирования N сигналов как с одинаковыми, так и различными характеристиками.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
(СГАУ)

ЗАДАНИЯ НА ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ
по курсу
«Моделирование информационных систем»

Составитель: заведующий кафедрой информационных
систем и технологий,
д.т.н., профессор Прохоров С.А.

Самара 2012 г.

ТЕМА № 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №1

Задание на лабораторную работу №1.

1. Получить вариант для выполнения работы (см. файл варианты для выполнения лабораторных работ). Выбрать вариант с исходными данными в соответствии с таблицей варианты заданий.
2. Смоделировать колебательную систему, описываемую дифференциальным уравнением 2-ого порядка в соответствии с вариантом. Для численного решения уравнения воспользоваться методом Рунге-Кутты 4-ого порядка.
3. Построить и проанализировать фазовую траекторию системы.
4. Разработать программный модуль для реализации модели на языке высокого уровня.
5. Сравнить результат моделирования системы с прилагаемыми программами, реализованными в Mathcad.

Варианты с постановкой задачи.

Вариант №1

Промоделировать колебательную систему, в которой один раз за период осциллятору сообщается энергия (действует постоянная сила)

$$m \frac{dx^2(t)}{dt^2} + r \frac{dx(t)}{dt} + x = b \cdot 1(a - |x|) \cdot 1\left(\frac{dx(t)}{dt}\right),$$

где $1(x)$ – единичная функция Хевисайда.

Построить график колебаний и фазовую траекторию.

Вариант №2

Промоделировать колебательную систему, в которой каждый раз при прохождении положения равновесия (дважды за период) осциллятору сообщается энергия (действует постоянная сила)

$$m \frac{dx^2(t)}{dt^2} + r \frac{dx(t)}{dt} + x = b \cdot 1(a - |x|) \cdot \frac{dx(t)}{dt},$$

где $1(x)$ – единичная функция Хевисайда.

Построить график колебаний и фазовую траекторию.

Вариант №3

Промоделировать колебательную систему, описываемую уравнением Ван-дер-Поля

$$m \frac{dx^2(t)}{dt^2} + k \frac{dx(t)}{dt} = a \cdot (1 - x^2) \cdot \frac{dx(t)}{dt}.$$

Построить график колебаний и фазовую траекторию.

Вариант №4

Фрикционный маятник Фроуда состоит из физического маятника, расположенного на вращающемся валу. Сила трения между валом и маятником с увеличением их относительной скорости убывает. Промоделировать колебательную систему

$$m \frac{d\varphi^2(t)}{dt^2} + k \frac{d\varphi(t)}{dt} + \omega^2 \varphi = b \cdot \left(\omega - \frac{d\varphi(t)}{dt} \exp \left(b \left| \omega - \frac{d\varphi(t)}{dt} \right| \right) \right),$$

где $1(x)$ – единичная функция Хевисайда.

Построить график колебаний и фазовую траекторию.

Вариант №5

Цепь состоит из резистора, конденсатора и катушки индуктивности, подключаемых к источнику переменного напряжения. В начальный момент конденсатор разряжен, ток через катушку индуктивности равен нулю. Промоделировать колебательную систему

$$\frac{dq^2(t)}{dt^2} + r \frac{dq(t)}{dt} + bq = E_m \sin(\omega t).$$

Построить график колебаний и фазовую траекторию.

Вариант №6

Колебательная система состоит из шарика, находящегося внутри потенциальной ямы с двумя углублениями, задаваемой функцией $U(x) = 1/4 x^4 - 1/2 x^2$. На шарик действует вынуждающая сила $F(t) = F_m \cos(\omega t)$. Промоделировать колебательную систему Дуффинга

$$\frac{dx^2(t)}{dt^2} + r \frac{dx(t)}{dt} + x^3 - x = F_m \cos(\omega t).$$

Построить график колебаний и фазовую траекторию.

Вариант №7

Колебательная система состоит из тела на пружине в среде с линейным сопротивлением под действием синусоидальной вынуждающей силой по горизонтальной поверхности. Промоделировать колебательную систему

$$m \frac{dx^2(t)}{dt^2} + r \frac{dx(t)}{dt} + bx = F_m \sin(\omega t).$$

Построить график колебаний и фазовую траекторию.

Варианты заданий.

№ вар.	Вариант с постановкой задачи	Исходные данные
1.	Вариант №1	a=0.1; r=0.05; b=1
2.	Вариант №1	a=0.1; r=0.4; b=1
3.	Вариант №1	a=0.1; r=0.05; b=0.04
4.	Вариант №1	a=2; r=0.25; b=0.1
5.	Вариант №1	a=0.2; r=0.01; b=0.1
6.	Вариант №2	a=0.1; r=0.05; b=1
7.	Вариант №2	a=0.1; r=0.4; b=1
8.	Вариант №2	a=0.1; r=0.05; b=0.04
9.	Вариант №2	a=2; r=0.25; b=0.1
10.	Вариант №2	a=0.2; r=0.01; b=0.1
11.	Вариант №3	a=0.1; k=1

12.	Вариант №3	$a=0.1; k=0,1$
13.	Вариант №3	$a=2; k=0.4$
14.	Вариант №3	$a=0.01; k=0.05$
15.	Вариант №4	$w=0.8; f=1; r=0.05; v=4; b=0.1$
16.	Вариант №4	$w=8; f=2; r=0.05; v=4; b=0.1$
17.	Вариант №4	$w=0.5; f=2; r=0.05; v=10; b=0.1$
18.	Вариант №4	$w=0.5; f=1; r=0.15; v=10; b=0.1$
19.	Вариант №5	$w=3; E_m=2; r=3; b=0.09$
20.	Вариант №5	$w=3; E_m=2; r=0.05; b=0.09$
21.	Вариант №5	$w=3; E_m=2; r=2; b=2$
22.	Вариант №5	$w=2; E_m=1; r=0.25; b=1$
23.	Вариант №6	$w=0.2; r=1; F_m=0.5$
24.	Вариант №6	$w=1; r=0.25; F_m=0.5$
25.	Вариант №6	$w=2; r=0.05; F_m=2$
26.	Вариант №6	$w=0.2; r=0.15; F_m=0.5$
27.	Вариант №7	$w=0.2; F_m=0.1; r=0.02; b=0.05$
28.	Вариант №7	$w=0.2; F_m=0.1; r=0.02; b=1$
29.	Вариант №7	$w=0.2; F_m=2; r=0.02; b=0.5$
30.	Вариант №7	$w=1; F_m=2; r=0.5; b=0.5$

Тексты программ, реализованные в Mathcad (для вариантов №№1-30 соответственно)

a := 0.1

r := 0.05

b := 1

Given

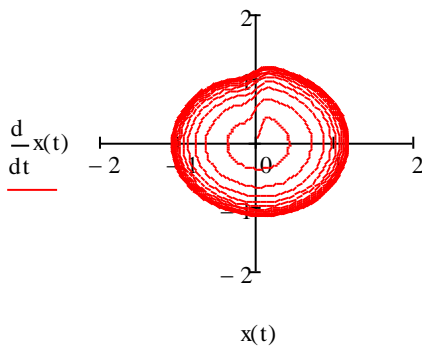
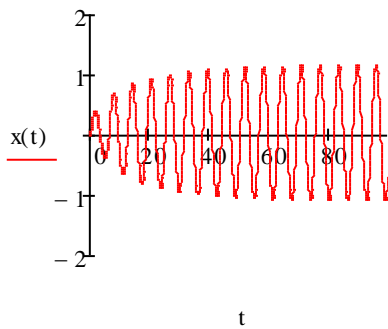
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \Phi\left(\frac{d}{dt}x(t)\right)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200)$$

$$t := 0.1, 0.2, \dots, 100$$



a := 0.1

r := 0.4

b := 1

Given

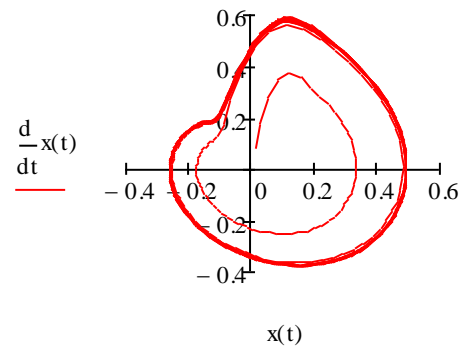
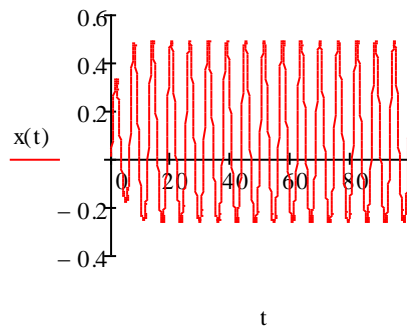
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \Phi\left(\frac{d}{dt}x(t)\right)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

x := Odesolve(t,200)

t := 0.1,0.2..100



a := 0.1

r := 0.05

b := 0.05

Given

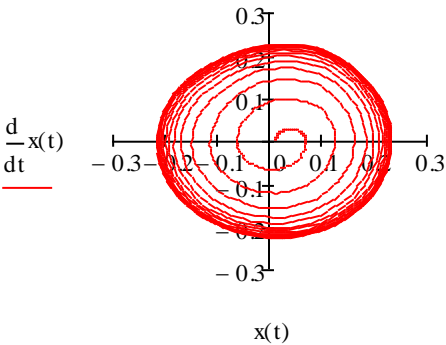
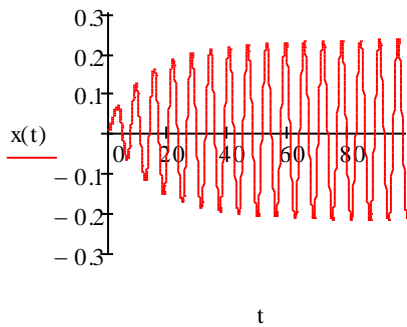
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \Phi\left(\frac{d}{dt}x(t)\right)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200)$$

$$t := 0.1, 0.2, \dots, 100$$



a := 2

r := 0.25

b := 0.1

Given

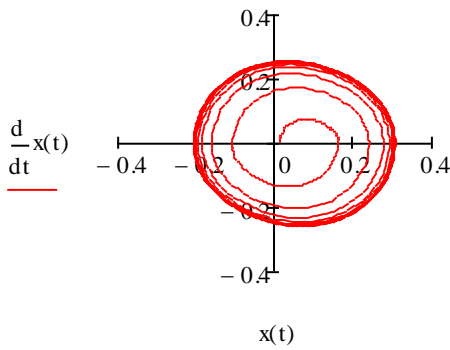
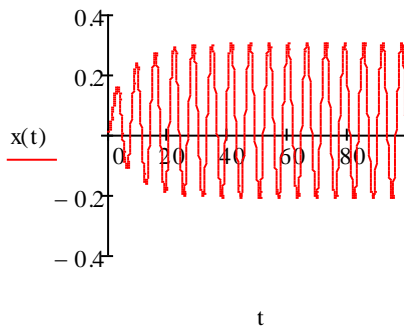
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \Phi\left(\frac{d}{dt}x(t)\right)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200)$$

$$t := 0.1, 0.2, \dots, 100$$



$$a := 0.2$$

$$r := 0.01$$

$$b := 0.1$$

Given

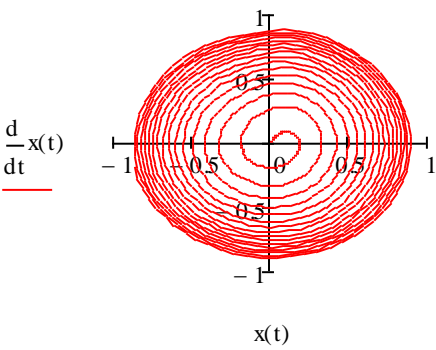
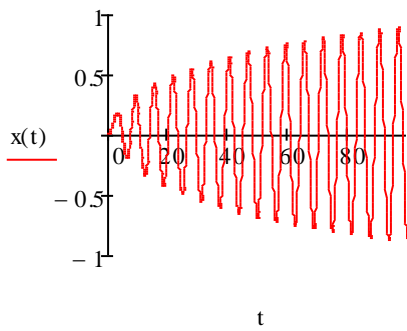
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \Phi\left(\frac{d}{dt}x(t)\right)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$x'(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200)$$

$$t := 0.1, 0.2, \dots, 100$$



a := 0.1

r := 0.05

b := 1

Given

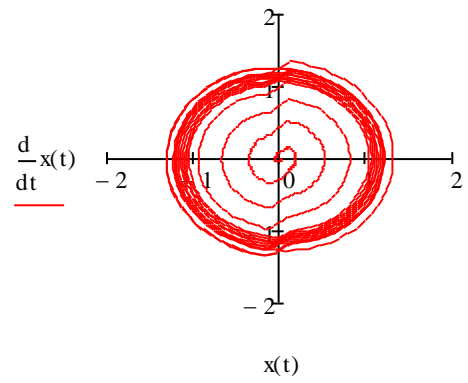
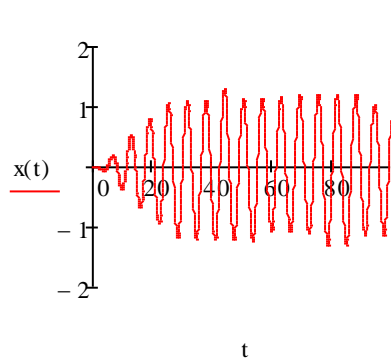
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

x := Odesolve(t, 100)

t := 0.1, 0.2, 100



a := 0.1

r := 0.4

b := 1

Given

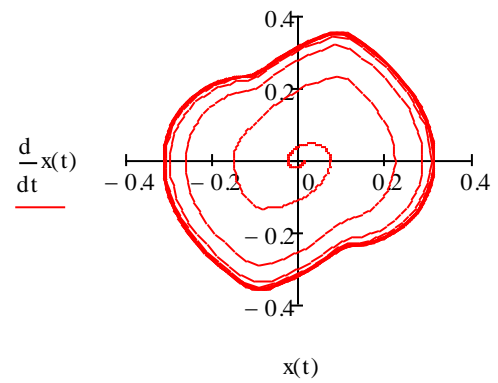
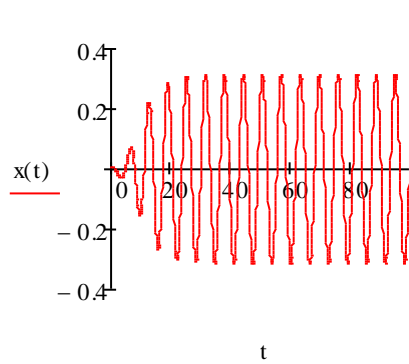
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

x := Odesolve(t, 100)

t := 0.1, 0.2, ..., 100



a := 0.1

r := 0.05

b := 0.05

Given

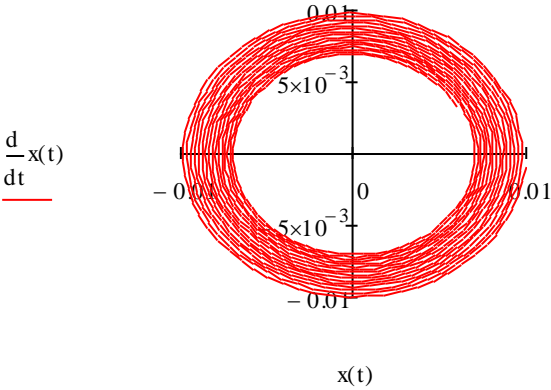
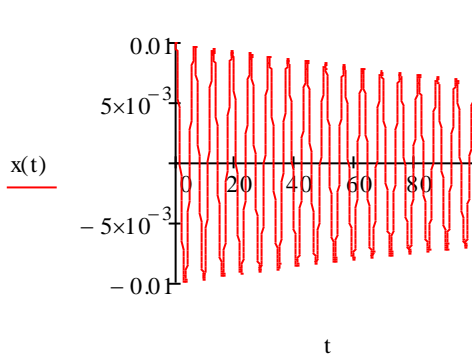
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 100)$$

$$t := 0.1, 0.2, \dots, 100$$



a := 2

r := 0.25

b := 0.1

Given

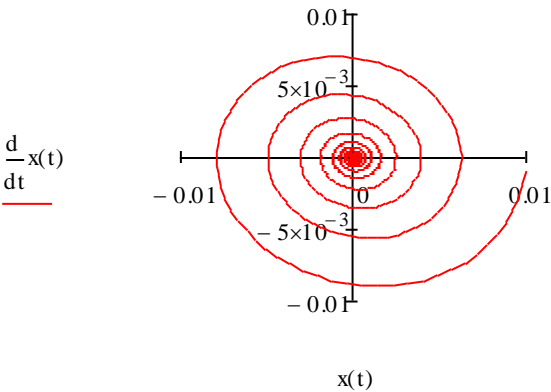
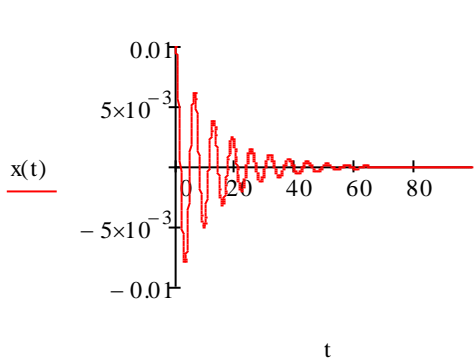
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 100)$$

$$t := 0.1, 0.2, \dots, 100$$



a := 0.2

r := 0.01

b := 0.1

Given

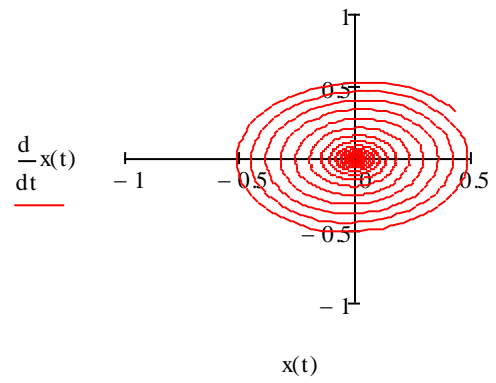
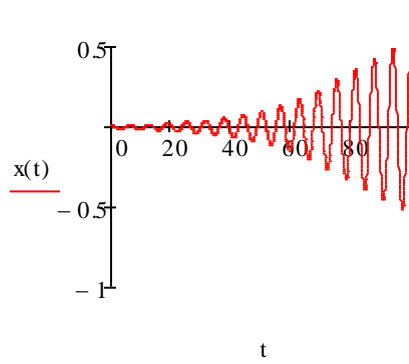
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = b \cdot \Phi(a - |x(t)|) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 1$$

x := Odesolve(t, 100)

t := 0.1, 0.2, ..., 100



a := 0.1

k := 1

Given

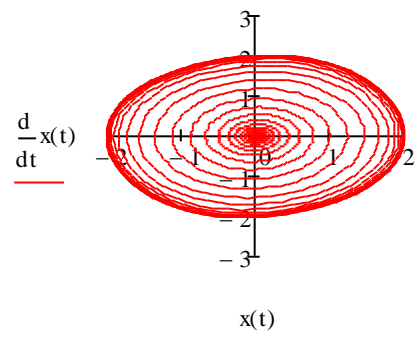
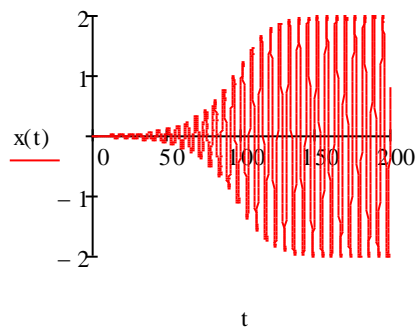
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + k \cdot x(t) = a \cdot (1 - x(t)^2) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

x := Odesolve(t,200)

t := 0.1,0.2..200



$a := 0.1$

$k := 0.1$

Given

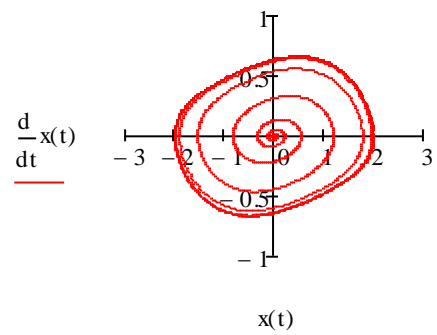
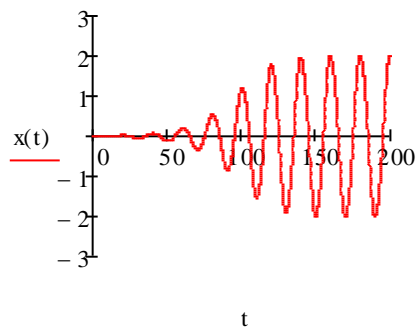
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + k \cdot x(t) = a \cdot (1 - x(t)^2) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$x := \text{Odesolve}(t, 200)$

$t := 0.1, 0.2, \dots, 200$



a := 2

k := 0.4

Given

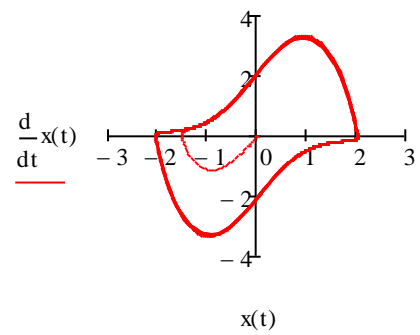
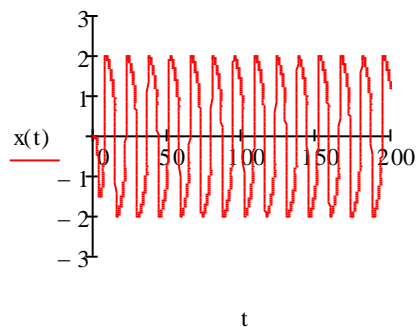
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + k \cdot x(t) = a \cdot (1 - x(t)^2) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$x'(0) = 0$$

x := Odesolve(t,200)

t := 0.1,0.2..200



a := 0.01

k := 0.05

Given

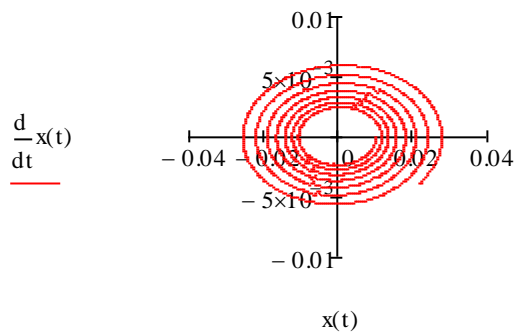
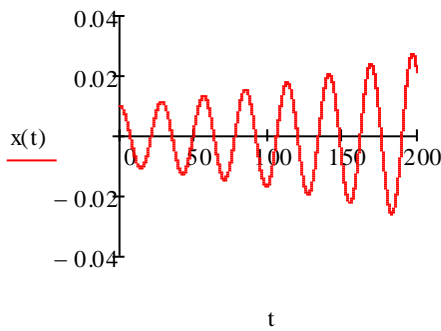
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + k \cdot x(t) = a \cdot (1 - x(t)^2) \cdot \frac{d}{dt}x(t)$$

$$x(0) = 0.01$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200)$$

$$t := 0.1, 0.2, \dots, 200$$



w := 0.8 f := 1 r := 0.05

v := 4 b := 0.1

Given

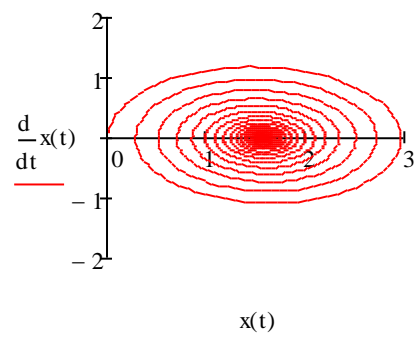
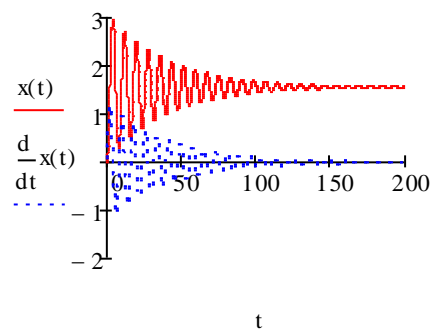
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + w^2 \cdot x(t) = f \cdot \Phi \left[v - \frac{d}{dt}x(t) \cdot e^{b \cdot \left| \left(v - \frac{d}{dt}x(t) \right) \right|} \right]$$

x(0) = 0.01

x'(0) = 0

x := Odesolve(t,200)

t := 0.1,0.2..200



w := 8 f := 2 r := 0.05

v := 4 b := 0.1

Given

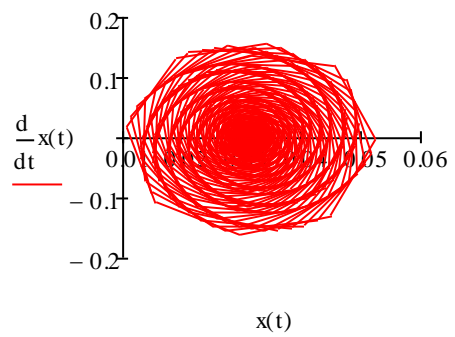
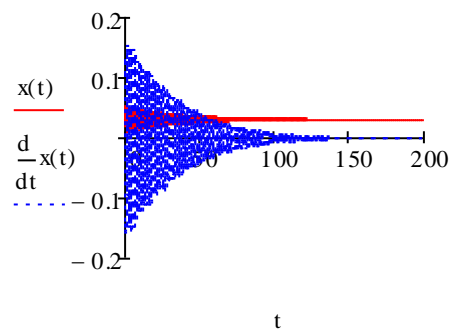
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + w^2 \cdot x(t) = f \cdot \Phi \left[v - \frac{d}{dt}x(t) \cdot e^{b \cdot \left| \left(v - \frac{d}{dt}x(t) \right) \right|} \right]$$

x(0) = 0.01

x'(0) = 0

x := Odesolve(t,200)

t := 0.1,0.2,...,200



w := 0.4 f := 2 r := 0.05

v := 10 b := 0.1

Given

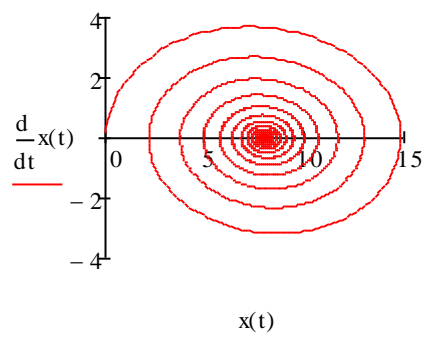
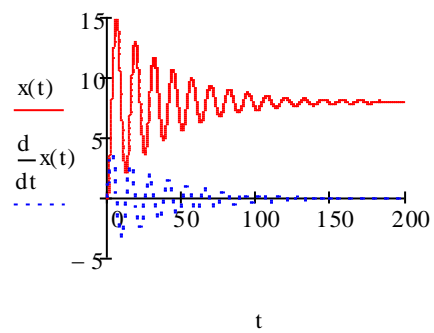
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + w^2 \cdot x(t) = f \cdot \Phi \left[v - \frac{d}{dt}x(t) \cdot e^{b \cdot \left| \left(v - \frac{d}{dt}x(t) \right) \right|} \right]$$

x(0) = 0.01

x'(0) = 0

x := Odesolve(t,200)

t := 0.1,0.2,...,200



$w := 0.4$ $f := 1$ $r := 0.15$

$v := 10$ $b := 0.1$

Given

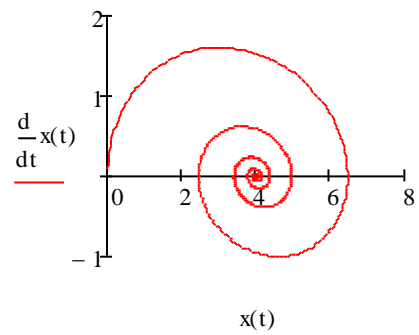
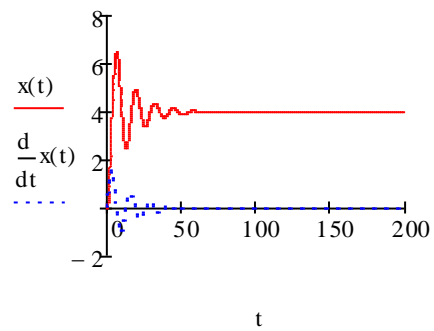
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + w^2 \cdot x(t) = f \cdot \Phi \left[v - \frac{d}{dt}x(t) \cdot e^{b \cdot \left| \left(v - \frac{d}{dt}x(t) \right) \right|} \right]$$

$x(0) = 0.01$

$x'(0) = 0$

$x := \text{Odesolve}(t, 200)$

$t := 0.1, 0.2, \dots, 200$



`r := 3`

`w := 3`

`Em := 2`

`b := 0.05`

Given

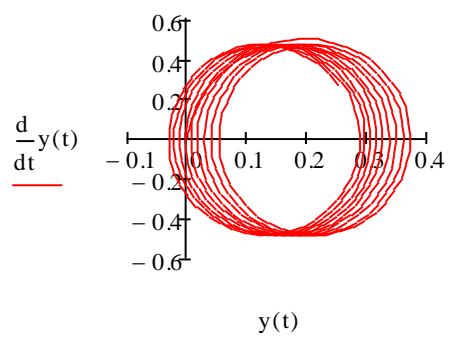
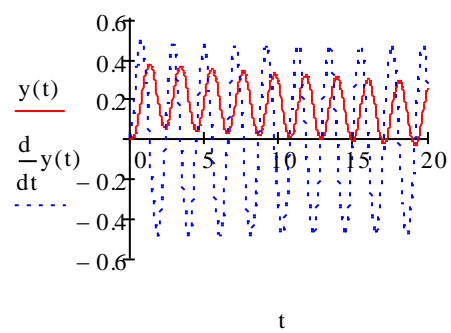
$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + r \cdot \frac{d}{dt}y(t) + b \cdot y(t) = Em \cdot \sin(w \cdot t)$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

`y := Odesolve(t,20,200)`

`t := 0,0.05..20`



`r := 0.05`

`w := 3`

`Em := 2`

`b := 0.05`

Given

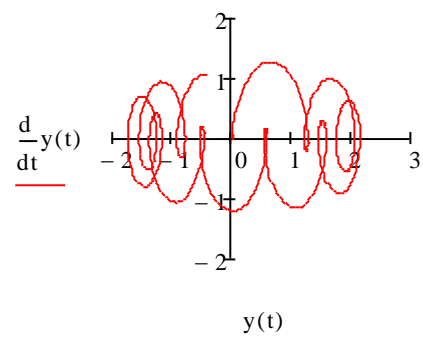
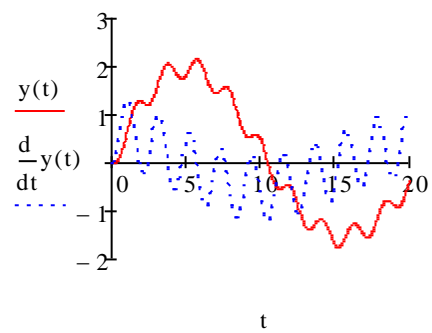
$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + r \cdot \frac{d}{dt}y(t) + b \cdot y(t) = Em \cdot \sin(w \cdot t)$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

`y := Odesolve(t,20,200)`

`t := 0,0.05..20`



$$r := 2$$

$$w := 3$$

$$Em := 2$$

$$b := 2$$

Given

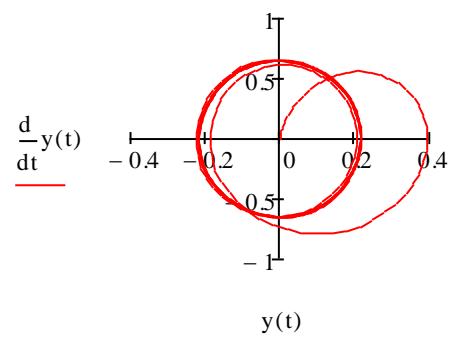
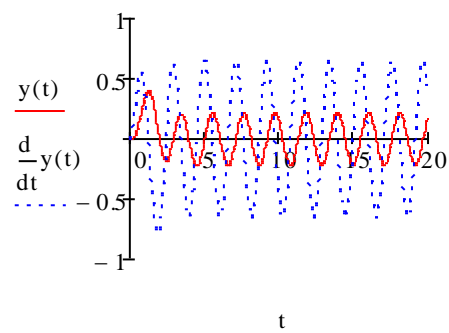
$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + r \cdot \frac{d}{dt}y(t) + b \cdot y(t) = Em \cdot \sin(w \cdot t)$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

$$y := \text{Odesolve}(t, 20, 200)$$

$$t := 0, 0.05, 20$$



$$r := 0.2$$

$$w := 2$$

$$Em := 1$$

$$b := 1$$

Given

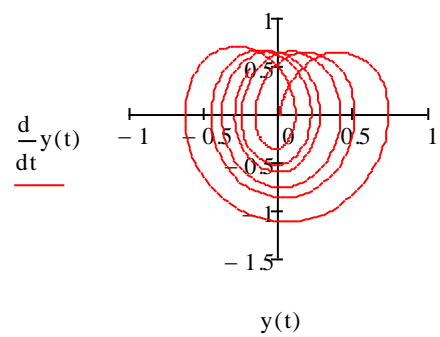
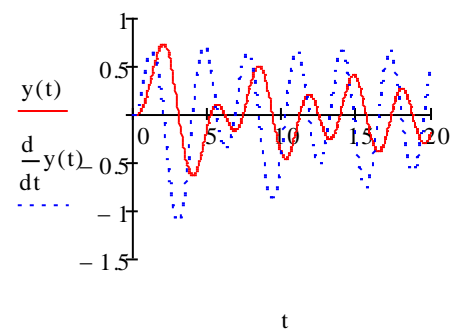
$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + r \cdot \frac{d}{dt}y(t) + b \cdot y(t) = Em \cdot \sin(w \cdot t)$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

$$y := \text{Odesolve}(t, 20, 200)$$

$$t := 0, 0.05, 20$$



$r := 1$

$w := 0.4$

$F_m := 0.4$

Given

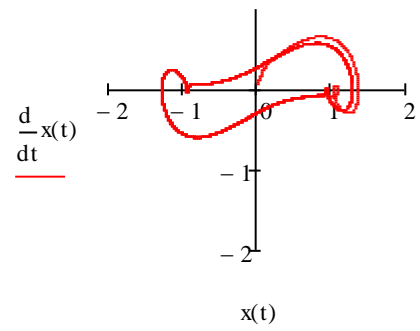
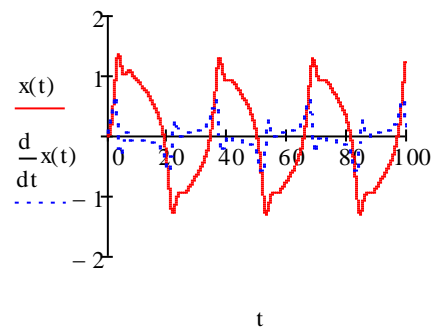
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t)^3 - x(t) = F_m \cos(w \cdot t)$$

$$x(0) = 0$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$x := \text{Odesolve}(t, 200, 400)$

$t := 0, 0.01..100$



$$r := 0.25$$

$$w := 1$$

$$Fm := 0.5$$

Given

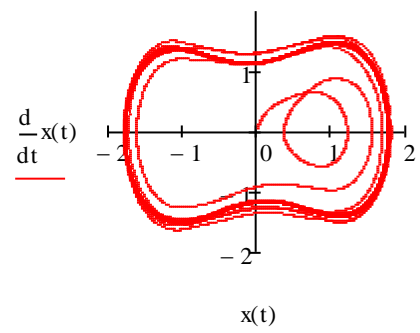
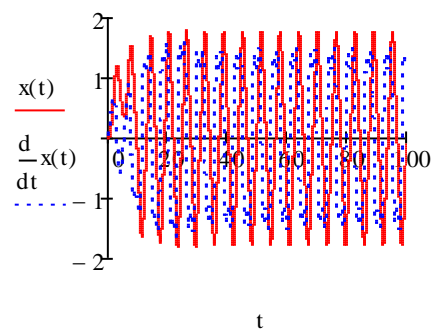
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t)^3 - x(t) = Fm \cos(w \cdot t)$$

$$x(0) = 0$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200, 400)$$

$$t := 0, 0.01, 100$$



$$r := 0.05$$

$$w := 2$$

$$Fm := 2$$

Given

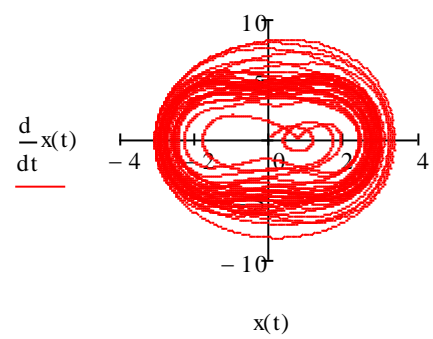
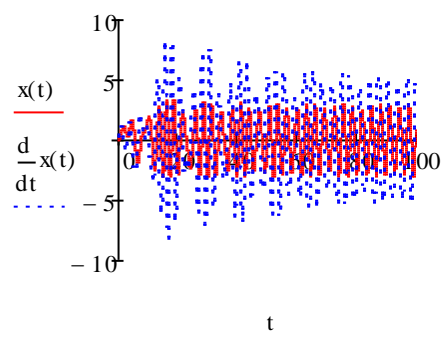
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t)^3 - x(t) = Fm \cos(w \cdot t)$$

$$x(0) = 0$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200, 400)$$

$$t := 0, 0.01..100$$



$$r := 0.15$$

$$w := 0.4$$

$$Fm := 0.5$$

Given

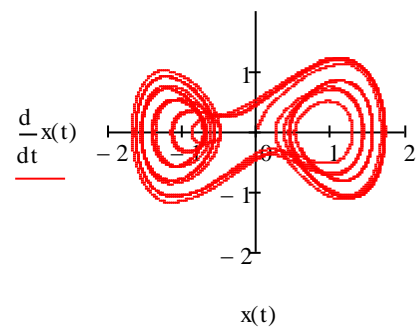
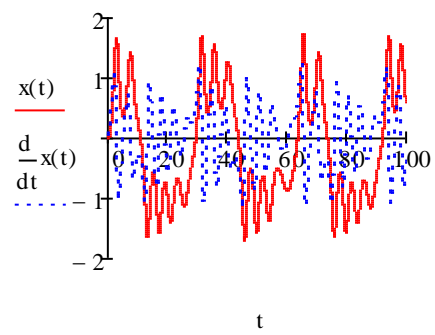
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + x(t)^3 - x(t) = Fm \cos(w \cdot t)$$

$$x(0) = 0$$

$$x'(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200, 400)$$

$$t := 0, 0.01..100$$



$r := 0.02$

$w := 0.2$

$F_m := 0.1$

$b := 0.02$

Given

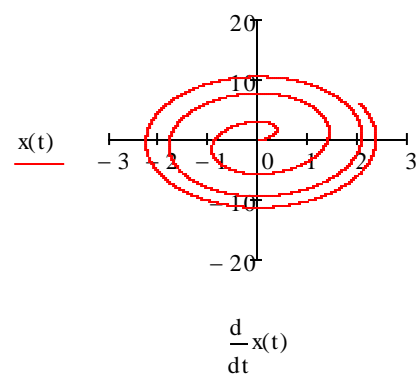
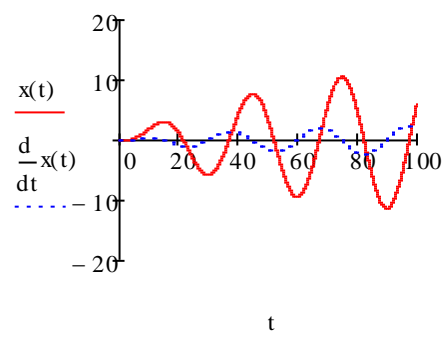
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + b \cdot x(t) = F_m \sin(w \cdot t)$$

$$x(0) = 0$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$x := \text{Odesolve}(t, 200, 400)$

$t := 0, 0.01..100$



$r := 0.02$

$w := 0.2$

$F_m := 0.1$

$b := 1$

Given

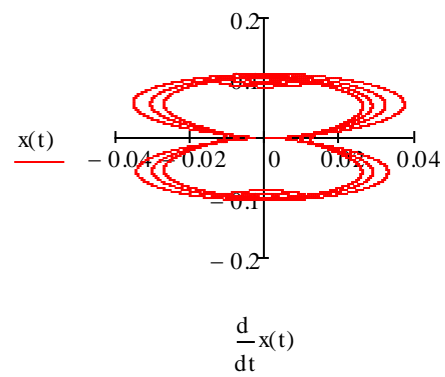
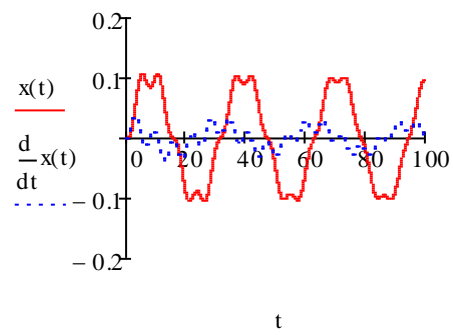
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + b \cdot x(t) = F_m \sin(w \cdot t)$$

$$x(0) = 0$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$x := \text{Odesolve}(t, 200, 400)$

$t := 0, 0.01..100$



$$r := 0.02$$

$$w := 0.2$$

$$Fm := 2$$

$$b := 0.5$$

Given

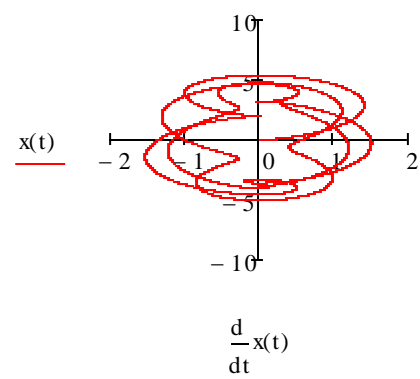
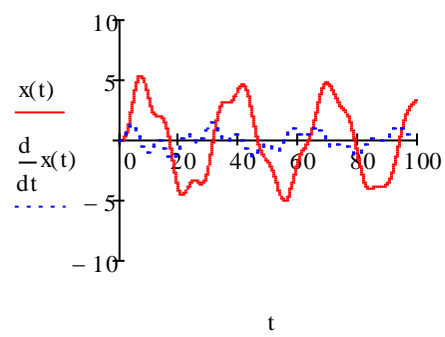
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + b \cdot x(t) = Fm \sin(w \cdot t)$$

$$x(0) = 0$$

$$x'(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 200, 400)$$

$$t := 0, 0.01..100$$



$r := 0.4$

$w := 1$

$Fm := 2$

$b := 0.4$

Given

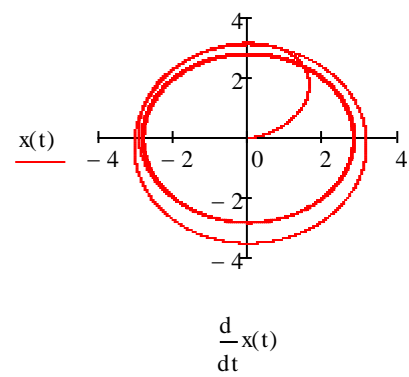
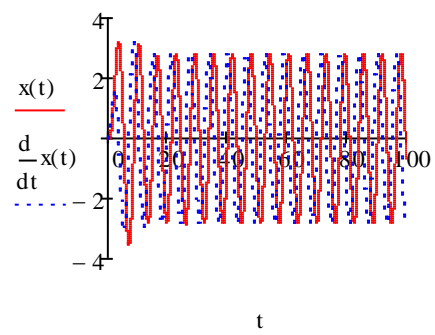
$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + r \cdot \frac{d}{dt}x(t) + b \cdot x(t) = Fm \sin(w \cdot t)$$

$$x(0) = 0$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$x := \text{Odesolve}(t, 200, 400)$

$t := 0, 0.01..100$



ТЕМА № 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №2

Задание на лабораторную работу №2.

1. Для смоделированной в лабораторной работе №1 колебательной системы определить входное $x(t)$ и выходное $y(t)$ воздействия,



где $x(t)$ – воздействующая сила (правая часть дифференциального уравнения); $y(t)$ – решение дифференциального уравнения.

2. Определить следующие частотные характеристики входного сигнала $x(t)$ и выходного сигнала $y(t)$:

$$W^x(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt; \quad W^y(j\omega) = \int_0^{\infty} y(t) \exp(-j\omega t) dt;$$

$$W^{x(y)}(j\omega) = \operatorname{Re} W^{x(y)}(j\omega) + j \operatorname{Im} W^{x(y)}(j\omega);$$

$$\operatorname{Re} W^x(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) \cos(\omega t) dt; \quad \operatorname{Im} W^x(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) \sin(\omega t) dt;$$

$$\operatorname{Re} W^y(j\omega) = \int_0^{\infty} y(t) \cos(\omega t) dt; \quad \operatorname{Im} W^y(j\omega) = \int_0^{\infty} y(t) \sin(\omega t) dt;$$

$$|W^{x(y)}(j\omega)| = \sqrt{(\operatorname{Re} W^{x(y)}(j\omega))^2 + (\operatorname{Im} W^{x(y)}(j\omega))^2};$$

$$\Phi^{x(y)}(j\omega) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{Im} W^{x(y)}(j\omega)}{\operatorname{Re} W^{x(y)}(j\omega)} \right).$$

При численной реализации несобственных интегралов выбирать ограничение по времени наблюдения за системой $t \in [0, T]$ и использовать методы прямоугольников, трапеций, Ньютона, Симпсона для численного интегрирования.

3. Построить графические зависимости $\operatorname{Re} W^{x(y)}(j\omega)/\omega$, $\operatorname{Im} W^{x(y)}(j\omega)/\omega$, $|W^{x(y)}(j\omega)|/\omega$, $\Phi^{x(y)}(j\omega)/\omega$, $\operatorname{Im} W^{x(y)}(j\omega)/\operatorname{Re} W^{x(y)}(j\omega)$. Каждая из приве-

денных зависимостей строится в одной плоскости для сигнала $x(t)$ и сигнала $y(t)$. Проанализировать найденные частотные характеристики.

4. Разработать программный модуль для реализации модели на языке высокого уровня.

Варианты заданий.

№ вар.	Метод численного интегрирования
1.	прямоугольников
2.	трапеций
3.	Ньютона
4.	Симпсона
5.	прямоугольников
6.	трапеций
7.	Ньютона
8.	Симпсона
9.	прямоугольников
10.	трапеций
11.	Ньютона
12.	Симпсона
13.	прямоугольников
14.	трапеций
15.	Ньютона
16.	Симпсона
17.	прямоугольников
18.	трапеций
19.	Ньютона
20.	Симпсона
21.	прямоугольников
22.	трапеций
23.	Ньютона

24.	Симпсона
25.	прямоугольников
26.	трапеций
27.	Ньютона
28.	Симпсона
29.	прямоугольников
30.	трапеций

Тексты программ в Mathcad, реализующие методы численного интегрирования (для вариантов №№1-30 соответственно)

$\text{func}(\text{dt}, i)$ – подынтегральная функция, где dt – шаг интегрирования;
 $i=0..J-1$, J – число коридоров, равное $\text{ent}[T/\text{dt}]$.

Реализация методов численного интегрирования.

Метод прямоугольников.

```
IntP(dt,J,k) := | temp ← 0  
                 | for i ∈ 1..J - 1  
                 |   temp ← temp + func (dt,i)  
                 | temp ← temp·dt  
                 | temp
```


Метод трапеций.

```
IntT(dt,J,k) := | temp ← 0  
                 | for i ∈ 1..J - 2  
                 |   temp ← temp + func (dt,i)  
                 | temp ← temp +  $\frac{\text{func (dt,0)} + \text{func (dt,J - 1)}}{2}$   
                 | temp ← temp·dt  
                 | temp
```

Метод Ньютона.

```
IntN(dt,J,k) := | i ← 1  
                 | temp ← 0  
                 | while i ≤ J - 4  
                 |   | temp ← temp + func (dt,i) + 3·func (dt,i + 1) + 3·func (dt,i + 2) + func (dt,i + 3)  
                 |   | i ← i + 3  
                 | temp ←  $\frac{3\text{temp} \cdot \text{dt}}{8}$   
                 | temp
```

Метод Симпсона.

```
IntN(dt,J,k) :=  i ← 1
temp ← 0
while i ≤ J - 2
  temp ← temp + 4·func (dt,i)
  i ← i + 2
i ← 2
while i ≤ J - 3
  temp ← temp + 2·func (dt,i)
  i ← i + 2
temp ←  $\frac{(\text{temp} + \text{func}(\text{dt},0) + \text{func}(\text{dt},J-1)) \cdot \text{dt}}{3}$ 
temp
```

ТЕМА № 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №3

Задание на лабораторную работу №3.

1. Сгенерировать ПСП $\xi(t)$ с объемом выборки N в соответствии с вариантом задания: некоррелированная ПСП с заданным законом распределения методом обратной функции либо коррелированная ПСП с заданным видом корреляционной функции методом рекурсивной фильтрации.
2. По сгенерированным ПСП построить в соответствии с вариантом либо закон распределения, либо корреляционную функцию, после чего сравнить с теоретическими функциями. Построить соответствующие графические зависимости.
3. Для смоделированной в *лабораторной работе №1* колебательной системы переопределить входное воздействие $x^*(t) = x(t) + \xi(t)$ с учетом входного воздействия $\xi(t)$ и пересчитать выходное воздействие $y^*(t)$, исходя из решения дифференциального уравнения со случайным входом. Для выполнения данного пункта необходимо сгенерировать случайную последовательность $\xi(t)$, объем выборки которой будет равен числу отсчетов дискретизированного сигнала $x(t)$.



4. Переопределить частотные характеристики входного сигнала $x^*(t)$ и выходного сигнала $y^*(t)$, полученные в *лабораторной работе №2*.
5. Разработать программный модуль для реализации модели на языке высокого уровня.

Варианты заданий.

№ вар.	Вид ПСП для генерирования
1.	закон распределения арксинуса
2.	закон распределения Вейбулла
3.	закон распределения Рэлея
4.	закон распределения экспоненциальный
5.	закон распределения Симпсона
6.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)$
7.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1 + \lambda\tau)$
8.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1 - \lambda\tau)$
9.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1 + \lambda\tau + \lambda^2\tau^2/3)$
10.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)\cos\omega\tau$
11.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(\cos\omega\tau + \lambda/\omega\sin\omega\tau)$
12.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(\cos\omega\tau - \lambda/\omega\sin\omega\tau)$
13.	закон распределения арксинуса
14.	закон распределения Вейбулла
15.	закон распределения Рэлея
16.	закон распределения экспоненциальный
17.	закон распределения Симпсона
18.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)$
19.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1 + \lambda\tau)$
20.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1 - \lambda\tau)$
21.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1 + \lambda\tau + \lambda^2\tau^2/3)$
22.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)\cos\omega\tau$
23.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(\cos\omega\tau + \lambda/\omega\sin\omega\tau)$
24.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(\cos\omega\tau - \lambda/\omega\sin\omega\tau)$
25.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)$
26.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1 + \lambda\tau)$

27.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1-\lambda\tau)$
28.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(\cos \omega\tau - \lambda/\omega \sin \omega\tau)$
29.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)$
30.	корреляционная функция вида $\exp(-\lambda\tau)(1+\lambda\tau)$

ТЕМА № 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №4

Задание на лабораторную работу №4.

1. Проанализировать погрешность, вызванную решением дифференциального уравнения численным методом (лабораторная работа № 1) по правилу Рунге

$$R(h) = \frac{1}{15} |y(h) - y(h/2)| < \varepsilon, \quad y(t) - \text{решение дифференциального уравнения.}$$

1.1. Построить графическую зависимость $R(h)/h$;

1.2. Найти шаг h_{Δ} , соответствующий заданной погрешности.

2. Проанализировать погрешность, вызванную численным интегрированием при определении частотных характеристик (лабораторная работа № 2).

2.1. Построить графические зависимости в одной плоскости $\text{Im} W^{x(y)}(j\omega) / \text{Re} W^{x(y)}(j\omega)$ при одном и том же интервале наблюдения T и различных шагах интегрирования $\Delta T = 0.001, 0.01, 0.1$.

2.2. Построить графические зависимости в одной плоскости $\text{Im} W^{x(y)}(j\omega) / \text{Re} W^{x(y)}(j\omega)$ при одном и том же шаге интегрирования ΔT и различных интервалах наблюдения $T, T/2, T/4$.

3. Проанализировать погрешность, вызванную случайным воздействием на вход системы (лабораторная работа № 3).

3.1. Определить характеристики вида

$$\Delta W^{x(y)}(j\omega) = |W^{x(y)}(j\omega) - W^{x*(y*)}(j\omega)|, \quad \text{где } W^{x*}(j\omega) = \int_0^{\infty} x^*(t) \exp(-j\omega t) dt$$

$$, \quad W^{y*}(j\omega) = \int_0^{\infty} y^*(t) \exp(-j\omega t) dt \quad \text{при интервале наблюдения } T, \text{ шаге}$$

интегрирования $\Delta T = 0.001$ и заданных значениях объема выборки $N = 100, 1000, 10000$.

3.2. Построить графические зависимости $\Delta \operatorname{Im} W^{x(y)}(j\omega) / \Delta \operatorname{Re} W^{x(y)}(j\omega)$ при заданных значениях $N=100, 1000, 10000$. Зависимости для входного и выходного воздействия, соответствующие данному значению N построить в одной плоскости.

4. Разработать программный модуль для анализа погрешностей на языке высокого уровня. Проанализировать комплексную методическую погрешность, вызванную моделированием заданной колебательной системы. Оценить влияние отдельных составляющих для повышения качества проведенного моделирования.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
(СГАУ)

Факультет информатики
Кафедра информационных систем и технологий
Дисциплина «Моделирование информационных систем»

ТЕМЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Понятие моделирования информационных систем. Моделирования при исследовании и проектировании систем.
2. Перспективы развития методов и средств моделирования систем. Аналитические и имитационные модели.
3. Принципы системного и классического подходов в моделировании систем. Объект моделирования. Подходы к исследованию модели. Стадии разработки модели.
4. Классификация видов моделирования систем. Классификационные признаки. Математическое моделирование. Другие виды моделирования.
5. Основные подходы к построению математических моделей систем. Математические схемы. Формальная модель объекта. Типовые схемы.
6. Непрерывно-детерминированные схемы (D-схемы). Основные соотношения. Возможные приложения.
7. Дискретно-детерминированные схемы (F-схемы). Основные соотношения. Возможные приложения.

8. Дискретно-стохастические схемы (Р-схемы). Основные соотношения. Возможные приложения.
9. Непрерывно-стохастические схемы (Q-схемы). Основные соотношения. Возможные приложения.
10. Сетевые модели (N-схемы). Основные соотношения. Возможные приложения.
11. Комбинированные схемы (А-схемы). Основные соотношения. Возможные приложения.
12. Методика разработки и машинной реализации моделей систем. Методологические аспекты моделирования. Требования пользователя к модели. Этапы моделирования систем.
13. Построение концептуальных моделей систем и их формализация. Математические модели процессов. Подэтапы первого этапа моделирования.
14. Алгоритмизация моделей систем и их машинная реализация. Принципы построения моделирующих алгоритмов. Формы представления моделирующих алгоритмов. Подэтапы второго этапа моделирования.
15. Получение и интерпретация результатов моделирования систем. Особенности получения моделирующих алгоритмов. Подэтапы третьего этапа моделирования.
16. Моделирование информационных систем для проведения научных исследований. Функциональная схема имитационного моделирования

1. Описать схему функционирования 1-ого блока* системы. Выделить входные, выходные параметры и функции системы. Показать положение данного блока в общей схеме системы.
2. Описать схему функционирования 2-ого блока системы. Выделить входные, выходные параметры и функции системы. Показать положение данного блока в общей схеме системы.

3. Описать схему функционирования 3-ого блока системы. Выделить входные, выходные параметры и функции системы. Показать положение данного блока в общей схеме системы.

4. Описать схему функционирования 4-ого блока системы. Выделить входные, выходные параметры и функции системы. Показать положение данного блока в общей схеме системы.

* – под блоком системы следует понимать часть моделирования общей системы, соответствующая материалу конкретной лабораторной работы.

Заведующий кафедрой информационных систем
и технологий, д.т.н., профессор

С.А. Прохоров



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
(СГАУ)

ТЕСТЫ ДЛЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ
по курсу
«Моделирование информационных систем»

Составитель: заведующий кафедрой информационных
систем и технологий,
д.т.н., профессор Прохоров С.А.

Самара 2012 г.

Дисциплина «Моделирование информационных систем»

Вариант №1

№	Вопрос	Варианты ответа	Номер ответа	Балл
1	Моделирование – это	1 суждение о частном сходстве двух объектов. 2 замещение одного объекта другим с целью получения информации о частном сходстве объекта-оригинала. 3 методология, направленная на упорядочение получения и обработки информации об объекте.		
2	Макропроектирование – это	1 стадия проектирования, на которой устанавливаются основные характеристики модели, оцениваются затраты ресурсов. 2 стадия проектирования, на которой определяется эффективность модели системы. 3 стадия проектирования, на которой строится модель внешней среды, выявляются ресурсы и ограничения.		
3	В зависимости от характера изучаемых процессов различают	1 детерминированные и стохастические. 2 статические и динамические, дискретные, непрерывные и дискретно-непрерывные. 3 детерминированные и стохастические, статические и динамические, дискретные, непрерывные и дискретно-непрерывные.		
4	Наглядное моделирование – это	1 моделирование, при котором создаются наглядные модели, отражающие явления и процессы, протекающие в объекте. 2 моделирование, при котором закладывается гипотеза о закономерностях протекания процесса в объекте на основе наглядных представлений. 3 моделирование, которое основано на применении аналогий различных уровней.		
5	Математическое обеспечение включает в себя	1 совокупность программ: планирования эксперимента, имитационной модели, проведения эксперимента, обработки и интерпретации результатов. 2 совокупность математических соотношений, описывающих поведение реального объекта. 3 средства вычислительной техники, связи и обмена между оператором и сетью ЭВМ.		
6	Математическая схема – это	1 звено при переходе от формального к содержательному описанию процесса функционирования объекта. 2 звено при переходе от содержательного к формальному описанию процесса функционирования объекта. 3 звено при переходе от описательного к формальному описанию процесса функционирования объекта.		
7	К непрерывно-детерминированным	1 системы массового обслуживания		

	моделям относятся	2 дифференциальные уравнения 3 конечные автоматы																					
8	В чем суть первого этапа моделирования систем?	1 Алгоритмизация модели и ее машинная реализация 2 Построение концептуальной модели системы и ее формализация 3 Получение и интерпретация результатов моделирования																					
9	D-схема описывается законом функционирования	1 $F = \langle Z, X, Y, B \rangle$ 2 $F = \langle X^{(n)}, Y^{(m)}, x_0, y_0 \rangle$ 3 $F = \langle Z, X, Y, \varphi, \psi, z_0 \rangle$																					
10	По числу состояний конечные автоматы различают	1 с памятью и без памяти 2 синхронные и асинхронные 3 устойчивые и неустойчивые																					
11	Автомат Мура задается таблицей переходов <table><tr><td rowspan="2">x_i</td><td colspan="3">y</td></tr><tr><td>y_1</td><td>y_1</td><td>y_2</td></tr><tr><td></td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td></tr><tr><td>x_1</td><td>z_1</td><td>z_0</td><td>z_1</td></tr><tr><td>x_2</td><td>z_2</td><td>z_1</td><td>z_0</td></tr></table> Какому из графов соответствует таблица?	x_i	y			y_1	y_1	y_2		z_0	z_1	z_2	x_1	z_1	z_0	z_1	x_2	z_2	z_1	z_0	<div><div>123</div></div>		
x_i	y																						
	y_1	y_1	y_2																				
	z_0	z_1	z_2																				
x_1	z_1	z_0	z_1																				
x_2	z_2	z_1	z_0																				
12	Y-детерминированный вероятностный P-автомат задан в виде $P = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0,8 & 0,2 & 0 \end{bmatrix};$ <table><tr><td>Z</td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td></tr><tr><td>Y</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr></table> Какой граф переходов является верным?	Z	z_0	z_1	z_2	Y	0	1	1	<div><div>123</div></div>													
Z	z_0	z_1	z_2																				
Y	0	1	1																				

Итоговая оценка _____

Дисциплина «Моделирование информационных систем»

Вариант №2

№	Вопрос	Варианты ответа	Номер ответа	Балл
1	Аналитический подход к моделированию заключается	1 в использовании ЭВМ в качестве вычислителя по аналитическим функциям. 2 в использовании ЭВМ в качестве вычислителя по численным и приближенным функциям. 3 в использовании ЭВМ в качестве вычислителя как по аналитическим функциям, так и по численным и приближенным функциям.		
2	Микропроектирование – это	1 стадия проектирования, на которой устанавливаются основные характеристики модели, оцениваются затраты ресурсов. 2 стадия проектирования, на которой определяется эффективность модели системы. 3 стадия проектирования, на которой строится модель внешней среды, выявляются ресурсы и ограничения.		
3	В зависимости от формы представления объекта различают моделирование	1 мысленное и реальное. 2 гипотетическое, аналоговое, макетирование. 3 в реальном и нереальном масштабах времени.		
4	Гипотетическое моделирование – это	1 моделирование, при котором создаются наглядные модели, отражающие явления и процессы, протекающие в объекте. 2 моделирование, при котором закладывается гипотеза о закономерностях протекания процесса в объекте на основе наглядных представлений. 3 моделирование, которое основано на применении аналогий различных уровней.		
5	Программное обеспечение включает в себя	1 совокупность программ: планирования эксперимента, имитационной модели, проведения эксперимента, обработки и интерпретации результатов. 2 средства вычислительной техники, связи и обмена между оператором и сетью ЭВМ. 3 средства и технологию организации и реорганизации базы данных, массивов, формы документов		
6	Полнота системы определяется выбором границ	1 описательная модель – математическая модель 2 входные воздействия – выходные воздействия 3 система S – среда E		
7	К дискретно-детерминированным моделям относятся	1 сети Петри 2 дифференциальные уравнения 3 конечные автоматы		
8	В чем суть второго этапа моделирования систем?	1 Алгоритмизация модели и ее машинная реализация 2 Получение и интерпретация результатов моделирования		

		3 Построение концептуальной модели системы и ее формализация																	
9	F-схема описывается законом функционирования	1 $F = \langle Z, X, Y, B \rangle$ 2 $F = \langle X^{(n)}, Y^{(m)}, x_0, y_0 \rangle$ 3 $F = \langle Z, X, Y, \varphi, \psi, z_0 \rangle$																	
10	По характеру отсчета дискретного времени различают автоматы	1 с памятью и без памяти 2 синхронные и асинхронные 3 устойчивые и неустойчивые																	
11	Автомат Мура задается таблицей переходов <table><tr><td rowspan="2">x_i</td><td colspan="3">y</td></tr><tr><td>y_2</td><td>y_1</td><td>y_0</td></tr><tr><td>x_1</td><td>z_1</td><td>z_0</td><td>z_1</td></tr><tr><td>x_2</td><td>z_2</td><td>z_2</td><td>z_2</td></tr></table> Какому из графов соответствует таблица?	x_i	y			y_2	y_1	y_0	x_1	z_1	z_0	z_1	x_2	z_2	z_2	z_2	<div><div>123</div></div>		
x_i	y																		
	y_2	y_1	y_0																
x_1	z_1	z_0	z_1																
x_2	z_2	z_2	z_2																
12	Y-детерминированный вероятностный P-автомат задан в виде $P = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 & 0,75 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,6 & 0,4 & 0 \end{bmatrix};$ <table><tr><td>Z</td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td></tr><tr><td>Y</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table> Какой граф переходов является верным?	Z	z_0	z_1	z_2	Y	1	0	1	<div><div>123</div></div>									
Z	z_0	z_1	z_2																
Y	1	0	1																

Итоговая оценка _____

Дисциплина «Моделирование информационных систем»

Вариант №3

№	Вопрос	Варианты ответа	Номер ответа	Балл
1	Имитационный подход к моделированию заключается	1 в использовании ЭВМ в качестве вычислителя по аналитическим функциям. 2 в использовании ЭВМ в качестве вычислителя по численным и приближенным функциям. 3 в использовании ЭВМ в качестве вычислителя как по аналитическим функциям, так и по численным и приближенным функциям.		
2	Стадии макропроектирования и микропроектирования реализованы на базе	1 структурного подхода. 2 структурного подхода. 3 функционального подхода.		
3	С точки зрения математического описания объекта различают моделирование	1 цифровое, аналоговое, аналого-цифровое. 2 детерминированное, стохастическое. 3 в реальном и нереальном масштабах времени.		
4	Производственный эксперимент – это	1 разновидность моделирования, характеризующаяся использованием средств автоматизации проведения, применения средств обработки информации, возможностью вмешательства человека. 2 разновидность моделирования, при котором производится декомпозиция процесса функционирования объекта на основе опытных данных. 3 разновидность моделирования, реализованная путем обобщения опыта, накопленного в ходе реальных испытаний объекта		
5	Информационное обеспечение включает в себя	1 совокупность программ: планирования эксперимента, имитационной модели, проведения эксперимента, обработки и интерпретации результатов. 2 средства вычислительной техники, связи и обмена между оператором и сетью ЭВМ. 3 средства и технологию организации и реорганизации базы данных, массивов, формы документов		
6	К независимым параметрам относятся	1 входные и выходные воздействия. 2 входные воздействия и воздействия внешней среды. 3 входные воздействия, воздействия внешней среды и собственные параметры системы		
7	К непрерывно-стохастическим моделям относятся	1 системы массового обслуживания 2 случайные процессы 3 вероятностные автоматы		
8	В чем суть третьего этапа моделирования систем?	1 Алгоритмизация модели и ее машинная реализация 2 Получение и интерпретация результатов моделирования		

		3 Построение концептуальной модели системы и ее формализация																					
9	Р-схема описывается законом функционирования	1 $F = \langle Z, X, Y, B \rangle$ 2 $F = \langle X^{(n)}, Y^{(m)}, x_0, y_0 \rangle$ 3 $F = \langle Z, X, Y, \varphi, \psi, z_0 \rangle$																					
10	F-автомат первого рода описывается уравнениями	1 $z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots, y(t) = \psi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots$ 2 $z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots, y(t) = \psi[z(t), x(t-1)], t = 1, 2, 3, \dots$ 3 $z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots, y(t) = \psi[z(t), x(t+1)], t = 0, 1, 2, \dots$																					
11	Автомат Мура задается таблицей переходов <table><tr><td rowspan="2">x_i</td><td colspan="3">y</td></tr><tr><td>y_1</td><td>y_1</td><td>y_2</td></tr><tr><td></td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td></tr><tr><td>x_1</td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_1</td></tr><tr><td>x_2</td><td>z_2</td><td>z_2</td><td>z_2</td></tr></table> Какому из графов соответствует таблица?	x_i	y			y_1	y_1	y_2		z_0	z_1	z_2	x_1	z_0	z_1	z_1	x_2	z_2	z_2	z_2	<div></div>		
x_i	y																						
	y_1	y_1	y_2																				
	z_0	z_1	z_2																				
x_1	z_0	z_1	z_1																				
x_2	z_2	z_2	z_2																				
12	Y-детерминированный вероятностный Р-автомат задан в виде $P = \begin{bmatrix} 0,15 & 0,85 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix};$ <table><tr><td>Z</td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td></tr><tr><td>Y</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table> Какой граф переходов является верным?	Z	z_0	z_1	z_2	Y	0	0	1	<div></div>													
Z	z_0	z_1	z_2																				
Y	0	0	1																				

Итоговая оценка _____

Дисциплина «Моделирование информационных систем»

Вариант №4

№	Вопрос	Варианты ответа	Номер ответа	Балл
1	Системный подход к моделированию заключается	1 в исследовании системы путем перехода от частного к общему. 2 в исследовании системы путем последовательного перехода от общего к частному. 3 в выявлении состава выделенных элементов и связей между ними.		
2	Активный эксперимент – это	1 эксперимент, при котором исследователь наблюдает текущий процесс. 2 эксперимент, при котором исследователь вмешивается и организует протекание процесса. 3 эксперимент, при котором исследователь наблюдает и запускает повторное протекание процесса.		
3	Мысленное моделирование подразделяется на	1 гипотетическое, аналоговое, макетирование. 2 наглядное, символическое, математическое. 3 аналитическое, имитационное, комбинированное.		
4	Научный эксперимент – это	1 разновидность моделирования, характеризующаяся использованием средств автоматизации проведения, применения средств обработки информации, возможностью вмешательства человека. 2 разновидность моделирования, при котором производится декомпозиция процесса функционирования объекта на основе опытных данных. 3 разновидность моделирования, реализованная путем обобщения опыта, накопленного в ходе реальных испытаний объекта		
5	Техническое обеспечение включает в себя	1 совокупность научных и прикладных методик и методов, нормативно-технических и организационно-методических документов. 2 средства вычислительной техники, связи и обмена между оператором и сетью ЭВМ. 3 средства и технологию организации и реорганизации базы данных, массивов, формы документов.		
6	К зависимым параметрам относятся	1 выходные воздействия. 2 выходные воздействия и собственные параметры системы. 3 входные и выходные воздействия.		
7	К дискретно-стохастическим моделям относятся	1 сети Петри. 2 конечные автоматы. 3 вероятностные автоматы.		
8	Какие принципы построения моделирующих вариантов существуют?	1 принцип Δz и принцип δt 2 принцип δz и принцип δt		

		3 принцип Δt и принцип δz																					
9	Q-схема описывается законом функционирования	1 $F = \langle Z, X, Y, B \rangle$ 2 $F = \langle W, U, H, Z, R, A \rangle$ 3 $F = \langle W, U, H, Z \rangle$																					
10	F-автомат второго рода описывается уравнениями	1 $z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots, y(t) = \psi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots$ 2 $z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots, y(t) = \psi[z(t), x(t+1)], t = 0, 1, 2, \dots$ 3 $z(t+1) = \varphi[z(t), x(t)], t = 0, 1, 2, \dots, y(t) = \psi[z(t), x(t-1)], t = 1, 2, 3, \dots$																					
11	Автомат Мура задается таблицей переходов <table><tr><th rowspan="2">x_i</th><th colspan="3">y</th></tr><tr><th>y_1</th><th>y_2</th><th>y_2</th></tr><tr><td></td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td></tr><tr><td>x_1</td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_1</td></tr><tr><td>x_2</td><td>z_1</td><td>z_2</td><td>z_0</td></tr></table> Какому из графов соответствует таблица?	x_i	y			y_1	y_2	y_2		z_0	z_1	z_2	x_1	z_0	z_1	z_1	x_2	z_1	z_2	z_0	<div><div></div><div>1</div><div></div><div>2</div><div></div><div>3</div></div>		
x_i	y																						
	y_1	y_2	y_2																				
	z_0	z_1	z_2																				
x_1	z_0	z_1	z_1																				
x_2	z_1	z_2	z_0																				
12	Y-детерминированный вероятностный P-автомат задан в виде $P = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix};$ <table><tr><th>Z</th><th>z_0</th><th>z_1</th><th>z_2</th></tr><tr><th>Y</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table> Какой граф переходов является верным?	Z	z_0	z_1	z_2	Y	1	0	0	<div><div></div><div>1</div><div></div><div>2</div><div></div><div>3</div></div>													
Z	z_0	z_1	z_2																				
Y	1	0	0																				

Итоговая оценка _____

Дисциплина «Моделирование информационных систем»

Вариант №5

№	Вопрос	Варианты ответа	Номер ответа	Балл
1	Классический подход к моделированию заключается	1 в исследовании системы путем перехода от частного к общему. 2 в исследовании системы путем последовательного перехода от общего к частному. 3 в выявлении состава выделенных элементов и связей между ними.		
2	Пассивный эксперимент – это	1 эксперимент, при котором исследователь наблюдает текущий процесс. 2 эксперимент, при котором исследователь вмешивается и организует протекание процесса. 3 эксперимент, при котором исследователь наблюдает и запускает повторное протекание процесса.		
3	Реальное моделирование подразделяется на	1 гипотетическое, аналоговое, макетирование. 2 в реальном и нереальном масштабах времени. 3 натурное, физическое.		
4	Кибернетическое моделирование относится к	1 физическому моделированию 2 математическому моделированию 3 является обособленным видом моделирования		
5	Эргономическое обеспечение включает в себя	1 совокупность научных и прикладных методик и методов, нормативно-технических и организационно-методических документов. 2 средства вычислительной техники, связи и обмена между оператором и сетью ЭВМ. 3 средства и технологию организации и реорганизации базы данных, массивов, формы документов		
6	Математическая модель объекта – это	1 конечное множество переменных $\{\vec{x}(t), \vec{y}(t), \vec{h}(t)\}$ вместе с математическими связями между ними и характеристиками $\{\vec{v}(t)\}$. 2 конечное множество переменных $\{\vec{x}(t), \vec{v}(t), \vec{h}(t)\}$ вместе с математическими связями между ними и характеристиками $\{\vec{y}(t)\}$. 3 конечное множество переменных $\{\vec{x}(t), \vec{v}(t), \vec{h}(t), \vec{y}(t)\}$.		
7	К сетевым моделям относятся	1 системы массового обслуживания 2 сети Петри 3 вероятностные автоматы		
8	Какие состояния процессов	1 устойчивые, неустойчивые		

	функционирования систем различают?	2 распределенные, скачкообразные 3 особые, неособые																					
9	N-схема описывается законом функционирования	1 $F=\langle Z, X, Y, B \rangle$ 2 $F=\langle W, U, H, Z, R, A \rangle$ 3 $F=\langle B, D, I, O \rangle$																					
10	F-автомат Мура описывается уравнениями	1 $z(t+1)=\varphi[z(t), x(t)], t=0, 1, 2, \dots, y(t)=\psi[z(t), x(t)], t=0, 1, 2, \dots$ 2 $z(t+1)=\varphi[z(t), x(t)], t=0, 1, 2, \dots, y(t)=\psi[z(t)], t=0, 1, 2, \dots$ 3 $z(t+1)=\varphi[z(t), x(t)], t=0, 1, 2, \dots, y(t)=\psi[z(t), x(t-1)], t=1, 2, 3, \dots$																					
11	Автомат Мура задается таблицей переходов <table><tr><td rowspan="2">x_i</td><td colspan="3">y</td></tr><tr><td>y_1</td><td>y_2</td><td>y_1</td></tr><tr><td></td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td></tr><tr><td>x_1</td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_1</td></tr><tr><td>x_2</td><td>z_1</td><td>z_2</td><td>z_0</td></tr></table> Какому из графов соответствует таблица?	x_i	y			y_1	y_2	y_1		z_0	z_1	z_2	x_1	z_0	z_1	z_1	x_2	z_1	z_2	z_0	<div><div><p>1</p></div><div><p>2</p></div><div><p>3</p></div></div>		
x_i	y																						
	y_1	y_2	y_1																				
	z_0	z_1	z_2																				
x_1	z_0	z_1	z_1																				
x_2	z_1	z_2	z_0																				
12	Y-детерминированный вероятностный P-автомат задан в виде $P = \begin{bmatrix} 0 & 0,45 & 0,55 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,1 & 0 & 0,9 \end{bmatrix};$ <table><tr><td>Z</td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td></tr><tr><td>Y</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table> Какой граф переходов является верным?	Z	z_0	z_1	z_2	Y	1	1	0	<div><div><p>1</p></div><div><p>2</p></div><div><p>3</p></div></div>													
Z	z_0	z_1	z_2																				
Y	1	1	0																				

Итоговая оценка _____